Fachbereich Mathematik und Statistik
der Universität Konstanz
Dr. Merlin Carl

SS 2012
31.10.2012
Zettel 2

# Übungen zur Axiomatischen Mengenlehre 2

**Aufgabe 1**:
a) Für welche $ZFC$-Axiome $\sigma$ gilt $[\sigma]^{On}$? Begründen Sie Ihre Antworten kurz.
b) Zeigen Sie (in $ZFC$): Ist $\kappa$ stark unerreichbar, so gilt in $V_\kappa$ das Ersetzungsaxiom.

**Aufgabe 2**: Es sei $W$ eine transitive Klasse. Beweisen Sie:
a) $[Pot]^W \leftrightarrow \forall x \in W \mathfrak{P}(x) \cap W \in W$.
b) Für $x \in W$ gilt $trans(x) \leftrightarrow [trans(x)]^W$.
c) Für $x \in W$ ist $x \in On$ gdw. $[x \in On]^W$.

**Zusatzaufgabe für Interessierte**: In der letzten Zusatzaufgabe haben Sie gezeigt, dass $V_\kappa \models ZFC$ für stark unerreichbare Kardinalzahlen $\kappa$ gilt. Es bezeichne $I$ die Behauptung 'Es existiert eine stark unerreichbare Kardinalzahl'.
Zeigen Sie: $Con(ZFC) \to CON(ZFC + \neg I)$.

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.
Abgabe am 07.11.2012 in der Vorlesungspause oder per Mail als PDF an merlin.carl@uni-konstanz.de.