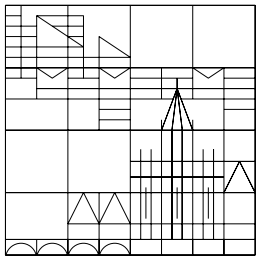

Fachbereich Mathematik und Statistik
der Universität Konstanz
Dr. Merlin Carl

WS 2012/2013
05.11.2012
Zettel 7

Übungen zur Axiomatischen Mengenlehre 2

Aufgabe 1: Beweisen Sie das definite Rekursionsprinzip: Ist $G(w, \vec{y})$ ein definiter Klassenterm und $F(\alpha, \vec{y})$ der durch die $\in$-Rekursion

$$\forall x F(x, \vec{y}) = G(\{(z, F(z, \vec{y}))|z \in x\}, \vec{y})$$

definierte Klassenterm, so ist $F(x, \vec{y})$ definit.

Aufgabe 2:
a) Zeigen Sie: Ist $M \models ZFC$ transitiv und $\aleph_1^M \neq \aleph_1$, so ist $\aleph_1^M < \aleph_1$.
b) Zeigen Sie: Es existiert $M \models ZFC$ transitiv so, dass $\aleph_1^M \neq \aleph_1$.
c) Zeigen Sie: Es existiert $M \models ZFC$ transitiv so, dass $\aleph_1^M = \aleph_1$, aber $\aleph_2^M \neq \aleph_2$.

Zusatzaufgabe für Interessierte:
a) Zeigen Sie in Verallgemeinerung von Aufgabe 2: Ist $0 < \alpha \in On$, so existiert $M \models ZFC$ transitiv derart, dass $\aleph_\iota^M = \aleph_\iota$ für alle $\iota \leq \alpha$, aber $\aleph_{\alpha+1}^M \neq \aleph_{\alpha+1}$.
b) Existiert ein transitives $M \models ZFC$ so, dass $\aleph_2^M = \aleph_2$, aber $\aleph_1^M \neq \aleph_1$?

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.
Abgabe am 12.12.2012 in der Vorlesungspause oder per Mail als PDF an merlin.carl@uni-konstanz.de.