Fachbereich Mathematik und Statistik
der Universität Konstanz
Dr. Merlin Carl

WS 2012/2013
12.12.2012
Zettel 8

Übungen zur Axiomatischen Mengenlehre 2

Aufgabe 1: Es seien $M \models ZFC$ und $N \models ZFC$ transitive Mengen. Ferner sei $M \subseteq N$ und $\{x | x \subseteq On\}^N \subseteq M$, d.h. M und N enthalten die gleichen Mengen von Ordinalzahlen. Folgern Sie: $M = N$.

(Tipp: Zeigen Sie zunächst, dass es genügt, zu beweisen, dass alle transitiven Elemente von N auch Elemente von M sind. Versuchen Sie dann, transitive Elemente von N so durch Mengen von Ordinalzahlen zu codieren, dass die Codierung in M umgekehrt werden kann.)

Aufgabe 2: Es sei M ein abzählbares transitives Modell von ZFC und $(\mathbb{P}, \leq_{\mathbb{P}}, 1_{\mathbb{P}})$ ein Forcing in M, ferner G ein Filter auf $\mathbb{P}$. Zeigen Sie: Genau dann ist $M[G] = M$, wenn $G \in M$.

Zusatzaufgabe für Interessierte: Es seien ZF^- bzw. ZFC^- die Theorien ZF bzw. ZFC ohne das Potenzmengenaxiom. Zeigen Sie, dass die Aussage aus Aufgabe 1 wahr bleibt, wenn man dort nur annimmt, dass $M \models ZF^-$ und $N \models ZFC^-$.

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.
Abgabe am 19.12.2012 in der Vorlesungspause oder per Mail als PDF an merlin.carl@uni-konstanz.de.