



Fachbereich Mathematik und Statistik  
der Universität Konstanz  
Dr. Merlin Carl

SS 2013  
17.04.2013  
Zettel 1

## Übungen zur Rekursionstheorie

**Aufgabe 1:** Betrachten Sie das folgende *URM*-Programm  $P$ :

1.  $J(1, 2, 6)$
2.  $S(2)$
3.  $S(3)$
4.  $J(1, 2, 6)$
5.  $J(1, 1, 2)$
6.  $T(3, 1)$

Geben Sie die Berechnung von  $P$  mit der initialen Registerbelegung  $(R_1, R_2, R_3, R_4, \dots) \mapsto (8, 4, 2, 0, \dots)$  an.

**Aufgabe 2:**

Finden Sie ein möglichst einfaches Flussdiagramm für ein *URM*-Programm  $P$ , das bei initialer Registerbelegung  $(x, y, 0, 0, 0, \dots)$  nach endlicher Zeit mit der Registerbelegung  $(\max(x, y), 0, 0, 0, \dots)$  stoppt. Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Methode. Geben Sie ferner eine Realisierung als *URM*-Programm an.

**Aufgabe 3:**

Beweisen Sie die Existenz von *URM*-Programmen zur Berechnung folgender Funktionen:

- a)  $f(x) = \frac{1}{3}x$ , falls  $x$  durch 3 teilbar ist, andernfalls ist  $f(x)$  undefiniert.
- b)  $f(x) = \lfloor \frac{2x}{3} \rfloor$

**Aufgabe 4:**

Es sei  $P$  ein Programm, das keine Sprungbefehle enthält. Zeigen Sie: Es existiert eine natürliche Zahl  $m$  so, dass entweder  $\forall x P(x) \downarrow m$  oder  $\forall x P(x) \downarrow x + m$  gilt.

**Zusatzaufgabe für Interessierte:**

Es sei  $P$  ein *URM*-Programm. Zeigen Sie: Es existiert ein *URM*-Programm  $Q$ , das keine Transferbefehle enthält, derart, dass für alle initialen Registerbelegungen  $(r_i)_{i \in \mathbb{N}}$  die Programme  $P$  und  $Q$  entweder beide mit der gleichen Registerbelegung halten oder beide nicht halten. (Transferbefehle sind also im Prinzip verzichtbar.)

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.  
Abgabe am 24.04.2013 in der Vorlesungspause oder per Mail als PDF an [merlin.carl@uni-konstanz.de](mailto:merlin.carl@uni-konstanz.de).