



Fachbereich Mathematik und Statistik
der Universität Konstanz
Dr. Merlin Carl

SS 2013
26.06.2013
Zettel 10

Übungen zur Rekursionstheorie

Aufgabe 1: Zeigen Sie:

- $\{x \mid \phi_x \text{ injektiv}\}$ ist produktiv.
- $\{x \mid \phi_x \text{ nicht injektiv}\}$ ist kreativ.

Aufgabe 2: Es sei C kreativ und A eine r.e.-Menge so, dass $A \cap C = \emptyset$.
Zeigen Sie: $A \cup C$ ist kreativ.

Aufgabe 3: Leiten Sie den Satz von Rice aus dem Satz von Rice-Shapiro her.

Aufgabe 4: Es sei \mathfrak{B} eine Menge einstelliger berechenbarer Funktionen, ferner sei $g \in \mathfrak{B}$ so, dass $\theta \notin \mathfrak{B}$ für alle endlichen $\theta \subseteq g$.

- Zeigen Sie: $\{x \mid \phi_x \in \mathfrak{B}\}$ ist produktiv. (7 Punkte)
- Folgern Sie: $\{x \mid \phi_x \text{ ist ein Polynom}\}$ ist produktiv. (3 Punkte)

Zusatzaufgabe für Interessierte: Es seien $K_0 := \{x \mid \phi_x(x) = 0\}$ und $K_1 := \{x \mid \phi_x(x) = 1\}$. Zeigen Sie:

- K_0 und K_1 sind r.e.
- K_0 und K_1 sind rekursiv inseparabel, d.h. $K_0 \cap K_1 = \emptyset$ und es existiert keine rekursive Menge C mit $K_0 \subseteq C$ und $K_1 \subseteq \mathbb{N} - C$.

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.
Abgabe am 03.07.2013 in der Vorlesung oder per Mail als PDF an merlin.carl@uni-konstanz.de.