



Fachbereich Mathematik und Statistik
der Universität Konstanz
Dr. Merlin Carl

SS 2013
29.05.2013
Zettel 6

Übungen zur Rekursionstheorie

Aufgabe 1: Bestimmen Sie $\beta(J(3, 4, 2))$ und $\beta^{-1}(503)$.

Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie den Code des folgenden *URM*-Programmes:

1 $T(3, 4)$

2 $S(3)$

3 $Z(1)$

b) Finden Sie P_{100} .

Aufgabe 3: Es sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine berechenbare Funktion. Zeigen Sie: Für unendlich viele $i \in \mathbb{N}$ ist $f = \phi_i$.

Aufgabe 4:

a) (Effektive Diagonalisierung) Es sei $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ total berechenbar. Für jedes $m \in \mathbb{N}$ sei g_m die durch $g_m(y) = f(m, y)$ gegebene Funktion. Zeigen Sie (mit der *CTT*), dass g_m für jedes $m \in \mathbb{N}$ berechenbar ist und konstruieren Sie eine total berechenbare Funktion h so, dass $h \neq g_m$ für jedes $m \in \mathbb{N}$.

b) Es sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine partielle Funktion und $m \in \mathbb{N}$. Konstruieren Sie eine nicht berechenbare Funktion g derart, dass $g(x) \simeq f(x)$ für alle $x \leq m$.

Zusatzaufgabe für Interessierte:

Finden Sie eine überabzählbare Menge $X \subseteq [0, 1]$, eine nicht berechenbare totale Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ und ein *URMO*-Programm P derart, dass $P^y(i) \downarrow$ für alle $y \in [0, 1]$, $i \in \mathbb{N}$ und $\forall i \in \mathbb{N} P^x(i) \downarrow \Rightarrow f(i)$ für alle $x \in X$.

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.
Abgabe am 05.06.2013 in der Vorlesung oder per Mail als PDF an merlin.carl@uni-konstanz.de.