



Fachbereich Mathematik und Statistik  
der Universität Konstanz  
Dr. Merlin Carl

SS 2013  
29.05.2013  
Zettel 6

## Übungen zur Rekursionstheorie

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie  $\beta(J(3, 4, 2))$  und  $\beta^{-1}(503)$ .

**Aufgabe 2:**

a) Bestimmen Sie den Code des folgenden *URM*-Programmes:

1  $T(3, 4)$

2  $S(3)$

3  $Z(1)$

b) Finden Sie  $P_{100}$ .

**Aufgabe 3:** Es sei  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  eine berechenbare Funktion. Zeigen Sie: Für unendlich viele  $i \in \mathbb{N}$  ist  $f = \phi_i$ .

**Aufgabe 4:**

a) (Effektive Diagonalisierung) Es sei  $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  total berechenbar. Für jedes  $m \in \mathbb{N}$  sei  $g_m$  die durch  $g_m(y) = f(m, y)$  gegebene Funktion. Zeigen Sie (mit der *CTT*), dass  $g_m$  für jedes  $m \in \mathbb{N}$  berechenbar ist und konstruieren Sie eine total berechenbare Funktion  $h$  so, dass  $h \neq g_m$  für jedes  $m \in \mathbb{N}$ .

b) Es sei  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  eine partielle Funktion und  $m \in \mathbb{N}$ . Konstruieren Sie eine nicht berechenbare Funktion  $g$  derart, dass  $g(x) \simeq f(x)$  für alle  $x \leq m$ .

**Zusatzaufgabe für Interessierte:**

Finden Sie eine überabzählbare Menge  $X \subseteq [0, 1]$ , eine nicht berechenbare totale Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  und ein *URMO*-Programm  $P$  derart, dass  $P^y(i) \downarrow$  für alle  $y \in [0, 1]$ ,  $i \in \mathbb{N}$  und  $\forall i \in \mathbb{N} P^x(i) \downarrow \Rightarrow f(i)$  für alle  $x \in X$ .

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.  
Abgabe am 05.06.2013 in der Vorlesung oder per Mail als PDF an merlin.carl@uni-konstanz.de.