
Übungsblatt 2 zur Einführung in die Algebra

Aufgabe 1 (8+2 Punkte). Welche der Gruppen

$$C_2 \times C_2 \times C_2, C_8, C_4 \times C_2, D_4, Q_8, (\mathbb{Z}/(20))^\times, (\mathbb{Z}/(30))^\times, \triangleleft_3(\mathbb{F}_2)$$

sind zueinander isomorph und welche nicht (gebe jeweils einen Beweis)?

Aufgabe 2 (5+2 Punkte). Welche der folgenden Bedingungen sind für alle Gruppen G zueinander äquivalent und welche nicht (Beweis oder Gegenbeispiel)?

- (a) G ist abelsch,
- (b) $G \rightarrow G, x \mapsto x^2$ ist ein Homomorphismus,
- (c) $G \rightarrow G, x \mapsto x^{-1}$ ist ein Homomorphismus und
- (d) $G \rightarrow G, x \mapsto x^3$ ist ein Homomorphismus.

Aufgabe 3 (5+2 Punkte). Sei G eine Gruppe. Betrachte für jedes $a \in G$ die Abbildung

$$c_a: G \rightarrow G, b \mapsto aba^{-1}.$$

- (a) Zeige, dass c_a für jedes $a \in G$ ein Automorphismus von G ist. Diese Automorphismen c_a ($a \in G$) werden als *innere* Automorphismen von G bezeichnet.
- (b) Gebe jeweils ein Beispiel einer abelschen und einer nicht abelschen Gruppe mit einem *nicht* inneren Automorphismus an.

Die zwei Zusatzpunkte "+2" bei jeder Aufgabe benoten die *Originalität* des Lösungsversuches. Selbst wenn der Lösungsversuch komplett scheitert, kann ein dokumentierter origineller Lösungsversuch zwei Punkte wert sein. Dies soll Eigenständigkeit belohnen.

Abgabe bis Montag, den 3. November, um 9:55 Uhr in die Zettelkästen neben F411 .