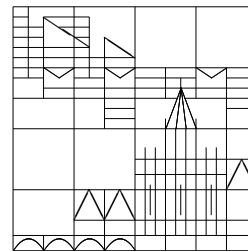


23. Oktober 2009



Analysis I 1. Übungsblatt

Aufgabe 1.1 Seien X, X' Mengen und $f : X \rightarrow X'$ eine Abbildung. Beweisen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (i) f ist injektiv.
- (ii) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ für alle Teilmengen $A, B \subset X$.
- (iii) $f(A \setminus B) = f(A) \setminus f(B)$ für alle Teilmengen $A, B \subset X$.

Aufgabe 1.2 Es seien $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ Abbildungen. Zeigen Sie:

- (a) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.
- (b) Ist $g \circ f$ injektiv und f surjektiv, so ist g injektiv.
- (c) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.
- (d) Ist $g \circ f$ surjektiv und g injektiv, so ist f surjektiv.

Aufgabe 1.3 Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die folgenden Aussagen:

- (a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\prod_{\nu=1}^n (1 + \frac{1}{\nu}) = n + 1$.
- (b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $n^3 + 5n$ durch 6 teilbar.
- (c) Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ und alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt

$$\sum_{k=0}^n (y + kx) = \frac{1}{2}(n+1)(2y + nx).$$

Aufgabe 1.4 Sei $X \neq \emptyset$ ein beliebige Menge und $R, S \subset X \times X$ transitive Relationen.

- (a) Zeigen Sie, dass $R \cap S$ auch eine transitive Relation ist.
- (b) Finden Sie ein Beispiel für X, R und S , bei welchem $R \cup S$ keine transitive Relation ist.