Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Wintersemester 2015/2016

Tom-Lukas Kriel

Übungsblatt 15 zur Algorithmischen Algebraischen Geometrie

Aufgabe 1. (8BP) (2. Hauptsatz der Numerik)

Sei C ein algebraisch abgeschlossener Körper, $n \in \mathbb{N}$. Gegeben seien Polynome $p_1, ..., p_{n+1} \in C[X_1, ..., X_n]$. Zeige, dass es $\lambda_1, ..., \lambda_{n+1} \in C$ gibt, so dass

$$V(p_1 - \lambda_1, ..., p_{n+1} - \lambda_{n+1}) = \emptyset$$

Aufgabe 2. (3BP) (Ketten von Primidealen)

Betrachte den Ring $A = \mathbb{Z}_{(2)} := \{\frac{z}{n} \mid z \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, 2 \nmid n\}$. Zeige, dass es in $A[X]$ zwei maximale Ketten von Primidealen gibt, die nicht die gleiche Länge haben.

Aufgabe 3. (2BP) (Dimension von Vereinigungen)
Seien $V, W \subseteq C^n$ zwei K-Varietäten mit $v = \dim(V)$ und $w = \dim(W)$. Drücke $\dim(V \cup W)$ durch v und w aus.

Aufgabe 4. (3BP) (Noethersche Normalisierung)

Zeige wie man Lemma 1.3.5. aus der Vorlesung mit dem Satz über Noethersche Normalisierung sehr schnell folgern kann.

Aufgabe 5. (3BP) (0-dimensionale Varietäten)

Sei $K = C$. Zeige, dass die 0-dimensionalen affinen K-Untervarietäten von C^n genau die endlichen nichtleeren Varietäten sind. Stimmt die Aussage auch für $K \neq C$?

Abgabe nach Vereinbarung.