

---

Reelle algebraische Geometrie I – Übungsblatt 2

---

**Aufgabe 1** (4P)

- (a) Sei  $f \in \mathbb{R}[t]$  und  $a > 0$ . Dann ist  $v(f(X+a)) \leq v(f)$ .
- (b) Finde die Anzahl der positiven und negativen reellen Nullstellen von  $f := X^5 - X^4 + 3X^3 + 9X^2 - X + 5 \in \mathbb{R}[X]$  mit Vielfachheit.

**Hinweis:** Wie kann die Regel von Descartes benutzt werden, um die Anzahl der negativen reellen Nullstellen eines reellen Polynoms von oben zu beschränken?

**Aufgabe 2** (4P) Sei  $f \in \mathbb{R}[t]$ . Zeige, dass modulo 2 die Anzahl der positiven Nullstellen mit Vielfachheit von  $f$  schon  $v(f)$  entspricht.

**Aufgabe 3** (4P) Sei  $f \in \mathbb{R}[X]$  hyperbolisch. Zeige, dass die Ableitung  $f'$  wieder hyperbolisch oder das Nullpolynom ist und dass die Anzahl der positiven Nullstellen von  $f'$  weniger oder gleich als die Anzahl der positiven Nullstellen von  $f$ .

**Aufgabe 4** (4P) Sei  $f \in \mathbb{R}[t]$  ein rein reelles Polynom. Zeige: Dann ist  $v(f)$  gleich der Anzahl der positiven Nullstellen von  $f$  mit Vielfachheit.

**Abgabe bis 10. November, 2017, 11:45 im Briefkasten RAG I in der Nähe von Raum F411.**