Übungsblatt 1 zur Algebra

Wintersemester 2006/2007

Aufgabe 1: Sei G eine Gruppe. Das *Zentrum* $Z(G)$ von G ist definiert durch

$$Z(G) := \{a \in G \mid \forall x \in G : ax = xa\}.$$

Zeigen Sie:

(a) $Z(G)$ ist eine abelsche Untergruppe von G.
(b) $Z(G) \lhd G$
(c) $G/Z(G)$ zyklisch $\implies$ G abelsch

Aufgabe 2: Es seien G_1 und G_2 Gruppen mit den Untergruppen $H_1 \subseteq G_1$, $H_2 \subseteq G_2$ und $f : G_1 \to G_2$ ein Homomorphismus. Zeigen Sie oder widerlegen Sie durch ein Gegenbeispiel:

(a) $H_1 \lhd G_1 \implies f(H_1) \lhd G_2$
(b) $H_2 \lhd G_2 \implies f^{-1}(H_2) \lhd G_1$

Aufgabe 3: N_1 und N_2 seien Normalteiler der Gruppe G. Es gelte

$$N_1 \cap N_2 = \{1\}.$$

Zeigen Sie

$$\forall a \in N_1 : \forall b \in N_2 : ab = ba.$$

Abgabe bis Freitag, den 27. Oktober, um 12:00 Uhr in die Zettelkästen neben dem Raum F411.