Übungsblatt 1 zur Linearen Algebra II

Sommersemester 2006

Aufgabe 1: Es sei M ein Monoid, welches ein Element e enthält mit folgenden Eigenschaften:

(a) $\forall a \in M : \exists b \in M : ab = e$

(b) $\forall a \in M : ae = a$

Zeigen Sie, daß M eine Gruppe ist.

Hinweis: Ist $ab = bc = e$, so kann man den Ausdruck $babc$ auf zwei Weisen vereinfachen. Dann betrachte man den Ausdruck aba.

Aufgabe 2: Finden Sie ein Monoid M und ein Element $e \in M$ mit folgenden Eigenschaften:

(a) $\forall a \in M : \exists b \in M : ab = e$

(b) $\forall a \in M : ea = a$

(c) M ist *keine* Gruppe.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie in der geordneten Menge $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \subseteq)$ von folgenden Mengen A jeweils die Menge ihrer maximalen Elemente und die Menge ihrer minimalen Elemente. Entscheiden Sie außerdem jeweils, ob A ein größtes Element, ein kleinstes Element, ein Supremum und ein Infimum hat und geben Sie diese gegebenenfalls an.

(a) $A := \emptyset$

(b) $A := \mathcal{P}(\mathbb{N})$

(c) A sei die Menge aller endlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$

(d) A sei die Menge aller einelementigen Teilmengen von $\mathbb{N}$

(e) A sei die Menge aller unendlichen Teilmengen von $\mathbb{N}$

(f) $A := \{\{8\}, \{9, 2\}, \{78, 3, 4\}, \{78\}, \{8, 9, 2\}\}$

Aufgabe 4: Seien A und B Mengen. Zeigen Sie, daß es eine injektive Abbildung $f : A \to B$ oder eine injektive Abbildung $g : B \to A$ gibt.

Hinweis: Benutzen Sie das Zornsche Lemma!

Beachten Sie bitte auch den Semesterapparat zur Linearen Algebra!

Abgabe bis Freitag, den 5. Mai, vor Beginn der Vorlesung.