

Lineare Algebra II

Aufgabe 26.1:

Entscheiden Sie, welche der folgenden Matrizen aus $\mathbb{Q}^{2 \times 2}$ ähnlich sind, und geben Sie gegebenenfalls die zugehörige Transformationsmatrix an.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 26.2:

Bestimmen Sie alle Ähnlichkeitsklassen in $(\mathbb{F}_2)^{2 \times 2}$.

Aufgabe 26.3:

Sei K ein Körper. Zeigen Sie, dass zwei Matrizen aus $K^{3 \times 3}$ genau dann ähnlich sind, wenn sie das gleiche charakteristische Polynom und das gleiche Minimalpolynom haben.

Aufgabe 26.4:

Betrachten Sie die folgende Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3 \times 3}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass das charakteristische Polynom von A in Linearfaktoren zerfällt.
- (b) Bestimmen Sie die Normalformen von
 - (i) Frobenius,
 - (ii) Weierstraß und
 - (iii) Jordan.

Aufgabe 26.5:

Sei für $a, b \in \mathbb{R}$ die folgende Matrix gegeben.

$$\begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Weierstraß'sche Normalform und gegebenenfalls die Jordansche Normalform dieser Matrix.

Aufgabe 26.6:

Bestimmen Sie alle möglichen Jordanschen Normalformen von Matrizen aus $\mathbb{R}^{8 \times 8}$, die folgendes Minimalpolynom haben:

$$X^2(X-1)^3.$$

Alle Studenten, die von Ihren Übungsgruppenleiter dazu aufgefordert wurden, dieses Übungsblatt zu bearbeiten, können Ihre Lösung bis Freitag, den 30. Juli, 10 Uhr in Briefkasten 3 oder als E-Mail an sven.wagner@uni-konstanz.de abgeben.