
Übungsblatt 13 zur Reellen Algebraischen Geometrie

Aufgabe 47. Sei $f: M \rightarrow N$ eine Abbildung, \mathcal{F} ein Filter auf M und

$$f(\mathcal{F}) := \{V \in \mathcal{P}(N) \mid \exists U \in \mathcal{F} : f(U) \subseteq V\}.$$

- (a) Zeige, dass $f(\mathcal{F})$ ein Filter auf N ist.
- (b) Zeige, dass $f(\mathcal{F})$ ein Ultrafilter auf N ist, wenn \mathcal{F} ein Ultrafilter auf M ist.

Aufgabe 48. Sei M eine Menge, \mathcal{S} eine boolesche Algebra auf M und \mathcal{U} ein Filter in \mathcal{S} . Zeige, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (a) \mathcal{U} ist ein Ultrafilter auf \mathcal{S} .
- (b) \mathcal{U} ist ein maximaler Filter auf \mathcal{S} .

Aufgabe 49. Sei M eine Menge, \mathcal{S} eine boolesche Algebra auf M und \mathcal{F} ein Filter in \mathcal{S} . Zeige, dass es einen Ultrafilter \mathcal{U} in \mathcal{S} gibt mit $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{U}$.

Abgabe bis Freitag, den 19. April, um 13:30 Uhr in die Zettelkästen neben F411.