Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Sommersemester 2013

Sebastian Gruler
María López Quijorna
Markus Schweighofer

Übungsblatt 14 zur Reellen Algebraischen Geometrie

Aufgabe 50. Zeige, dass ein topologischer Raum M genau dann hausdorffsch ist, wenn jeder Ultrafilter auf der Menge M in M gegen höchstens einen Punkt konvergiert.

Aufgabe 51. Wir nennen eine Teilmenge eines topologischen Raums M *abgeschloffen*, falls sie offen und abgeschlossen ist. Sei A ein kommutativer Ring. Zeige, dass die abgeschloffenen Teilmengen von $\operatorname{sper} A$ bezüglich der konstruierbaren Topologie genau die konstruierbaren Teilmengen von $\operatorname{sper} A$ sind.

Aufgabe 52. Sei A ein kommutativer Ring. Zeige, dass jede konstruierbare Teilmenge von $\operatorname{sper} A$ quasikompakt ist.

Aufgabe 53. Sei M eine Menge, $(K, \leq)$ ein angeordneter Körper und $A := K^M$ der Ring der Funktionen von M nach K. Sei $\mathscr{F}$ ein Filter auf M und betrachte die Menge

$$T := \{f \in A \mid \{x \in M \mid f(x) \geq 0\} \in \mathscr{F}\}.$$

(a) Zeige, dass T eine echte Präordnung von A ist.

(b) Zeige, dass T ein Primkegel von A ist, falls $\mathscr{F}$ sogar ein Ultrafilter ist.

Abgabe bis Donnerstag, den 25. April, um 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411.