Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Wintersemester 2014/2015

Christoph Hanselka
Markus Schweighofer

Übungsblatt 4 zur Einführung in die Algebra

Aufgabe 1 (4+2 Punkte). Sei H eine Untergruppe der Gruppe G. Zeige, dass

(a) durch

$$\begin{aligned} G/{\sim_H} &\to G/{_H\sim} \\ aH &\mapsto Ha \qquad (a \in G) \end{aligned}$$

genau dann eine wohldefinierte Abbildung gegeben ist, wenn H ein Normalteiler von G ist,

(b) H ein Normalteiler ist, falls H vom Index 2 in G ist.

Aufgabe 2 (7+2 Punkte). Sei N eine Gruppe. Zeige, dass es eine Obergruppe G von N gibt derart, dass jeder Automorphismus von N die Einschränkung eines inneren Automorphismus von G ist, das heißt für jedes $\alpha \in \mathrm{Aut}(N)$ gibt es ein $g \in G$ mit

$$\alpha(a) = gag^{-1} \qquad \text{für alle } a \in N.$$

Hinweis: „Baue“ G aus N und $H := \mathrm{Aut}(N)$.

Aufgabe 3 (7+2 Punkte). Sei $R := \mathrm{span}_{\mathbb{R}}(Q_8) \subseteq \mathbb{C}^{2\times 2}$. Zeige:

(a) R ist ein Unterring von $\mathbb{C}^{2\times 2}$.

(b) $R^\times = R \setminus \{0\}$.

Abgabe bis Montag, den 17. November, um 9:55 Uhr in die Zettelkästen neben F411 .