Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Wintersemester 2015/2016

Tom-Lukas Kriel
Markus Schweighofer

Übungsblatt 7 zur Algorithmischen Algebraischen Geometrie

Aufgabe 1. (4P) (Frobeniusisomorphismus?)

Sei $K = \mathbb{F}_p$, C ein algebraisch abgeschlossener Oberkörper von K und $\mathbb{A} := C$.

(a) Ist $C \to C,\ x \mapsto x^p$ ein K-Algebrenisomorphismus?

(b) Ist $\mathbb{A} \to \mathbb{A},\ x \mapsto x^p$ ein Isomorphismus affiner K-Varietäten?

Aufgabe 2. (4P) (Bilder von Morphismen)

Sei $\varphi\colon \mathbb{A}^n \to \mathbb{A}^m$ ein Morphismus, $\varphi^*\colon K[Y_1, \ldots, Y_m] \to K[X_1, \ldots, X_n]$ der zugehörige K-Algebrenhomomorphismus der Koordinatenringe und $I \subseteq K[X_1, \ldots, X_n]$ ein Ideal. Zeige, dass dann $V((\varphi^*)^{-1}(I))$ der K-Zariskiabschluss von $\varphi(V(I))$ ist, also

$$V((\varphi^*)^{-1}(I)) = \overline{\varphi(V(I))}.$$

Aufgabe 3. (4P) (Konfluenz)

Fixiere die gradlexikographische Monomordnung auf $[X, Y]$ mit $X > Y$. Seien

$$f := X^2Y + X + 1 \quad \text{und} \quad g := Y^3 + XY + 2$$

und $F := \{f, g\}$. Ist die Reduktionsrelation $\underset{F}{\longrightarrow}$ auf $\mathbb{Q}[X, Y]$ konfluent?

Abgabe bis Mittwoch, den 9. Dezember 2015, 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411.