Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Sommersemester 2018

Sabine Burgdorf
María López Quijorna
Markus Schweighofer

Übungsblatt 2 zur Linearen Algebra II

Aufgabe 1: Sei $\preceq$ eine Halbordnung auf der Menge A. Zeige, dass es eine Ordnung $\leq$ auf A gibt mit $\preceq \, \subseteq \, \leq$.

Aufgabe 2: Eine Relation R auf einer Menge A nennen wir eine *Quasiordnung* auf A, wenn sie reflexiv und transitiv ist, das heißt wenn

- $\forall a \in A : aRa$ und
- $\forall a, b, c \in A : ((aRb \,\&\, bRc) \implies aRc)$.

Wir nennen sie eine *lineare Quasiordnung*, wenn zusätzlich

- $\forall a, b \in A : (aRb$ oder $bRa)$

gilt. Zeige:

(a) Für jede Quasiordnung R auf A wird durch

$$a \sim_R b \;:\iff\; (aRb \,\&\, bRa) \qquad (a, b \in A)$$

eine Äquivalenzrelation $\sim_R$ auf A definiert.

(b) Für jede Quasiordnung R auf A wird durch

$$\widetilde{a} \preceq_R \widetilde{b} :\iff aRb \qquad (a, b \in A)$$

eine Halbordnung $\preceq_R$ auf $A/{\sim_R}$ definiert.

(c) Für jede Äquivalenzrelation $\sim$ auf A gibt es eine lineare Quasiordnung R auf A mit

$$\sim \; = \; \sim_R .$$

Aufgabe 3: Zeige oder widerlege durch ein Gegenbeispiel: Ist $(A, \preceq)$ eine halbgeordnete Menge, so ist die Relation R auf A definiert durch

$$aRb \;:\iff\; \{a, b\} \text{ besitzt ein Supremum in } (A, \preceq) \qquad (a, b \in A)$$

eine Äquivalenzrelation auf A.

Abgabe bis Freitag, den 4. Mai 2018, um 9:55 Uhr in das Fach Ihres Tutors neben dem Raum F411.