Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Wintersemester 2019/2020

Alexander Taveira Blomenhofer
Markus Schweighofer

Übungsblatt 1 zur Algorithmischen Algebraischen Geometrie

Aufgabe 1. Falls Du einen Computer zur Verfügung hast, installiere dort das frei erhältliche Computeralgebrasystem `SINGULAR` [`http://www.singular.uni-kl.de/`]. Andernfalls verschaffe Dir Zugang zu in einem Rechnerpool, auf dem `SINGULAR` installiert ist, etwa den PhyMa-Pool [`http://springfield.phyma.uni-konstanz.de/`]. Versuche nach der Installation, Dich ein wenig mit dem Programm vertraut zu machen, etwa indem Du [`http://www.singular.uni-kl.de/Manual/latest/sing_5.htm`] durcharbeitest. Schreibe ein paar Stichworte auf, die zu Deinen Erlebnissen passen und die Du in der Übungsgruppe mündlich erläutern kannst!

Aufgabe 2. Seien R und A Ringe. Zeige, dass die Zuordnungen

$$\bullet \mapsto \begin{pmatrix} R & \to & A \\ r & \mapsto & r \bullet 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} R \times A & \to & A \\ (r,a) & \mapsto & \alpha(r)a \end{pmatrix} \leftarrow\!\shortmid \alpha$$

eine Bijektion vermitteln zwischen der Menge der Skalarmultiplikationen $R \times A \to A$, die A zu einer R-Algebra machen, und der Menge der Ringhomomorphismen $R \to A$.

Aufgabe 3. Sei I ein Ideal des kommutativen Ringes R. Dann heißt das Ideal

$$\sqrt{I} := \bigcap \{\mathfrak{p} \mid \mathfrak{p} \text{ Primideal von } R, I \subseteq \mathfrak{p}\}$$

das *Radikal* von I, wobei $\bigcap \emptyset := R$. Zeige

$$\sqrt{I} = \{a \in R \mid \exists n \in \mathbb{N}_0 : a^n \in I\}.$$

Aufgabe 4. Sei C ein algebraisch abgeschlossener Körper, $n \geq 2$ und

$$f \in C[X_1, \dots, X_n] \setminus C.$$

Zeige, dass f unendlich viele Nullstellen in C^n hat.

Abgabe bis Mittwoch, den 30. Oktober 2019, 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411.