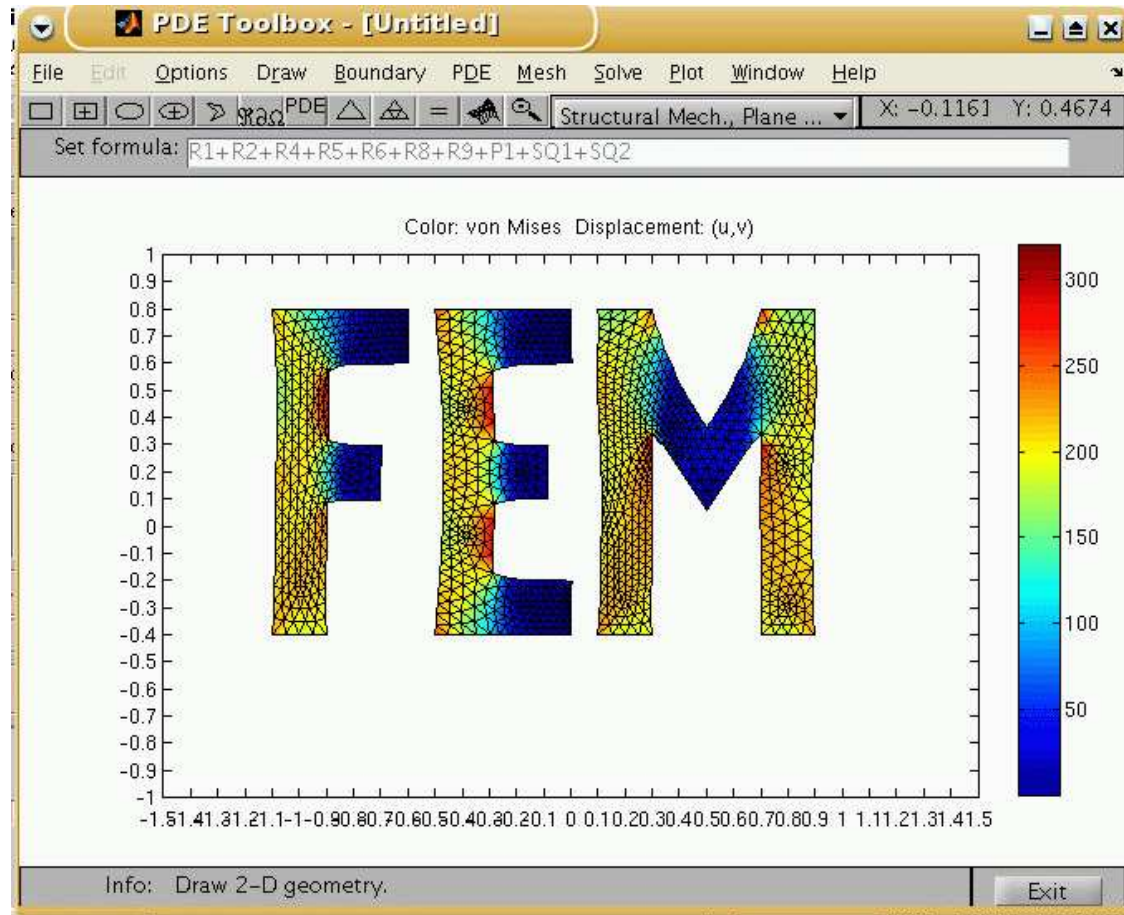


Block 3

zum Glück gibt es Software! PDE Toolbox von Matlab

Was ist das?



“The Partial Differential Equation Toolbox contains tools for the study and solution of partial differential equations (PDEs) in two-space dimensions (2-D) and time. A set of command-line functions and a graphical user interface let you preprocess, solve, and postprocess generic 2-D PDEs for a broad range of engineering and science applications, including structural mechanics, electromagnetics, heat transfer, and diffusion.”

[www.mathworks.com]

(Elliptische) Grundgleichungen

Skalare Gleichungen:

linear:

$$-\nabla \cdot (c \nabla u) + au = f$$

nichtlinear:

$$-\nabla \cdot (c(u) \nabla u) + a(u)u = f(u)$$

Randbedingungen:

Dirichlet:

$$hu = r$$

Verallgemeinerte Neumann:

$$n \cdot (c \nabla u) + qu = g$$

(Elliptische) Grundgleichungen

Gleichungssysteme:

$$-\nabla \cdot (c_{11} \nabla u_1) - \nabla \cdot (c_{12} \nabla u_2) + a_{11} u_1 + a_{12} u_2 = f_1$$

$$-\nabla \cdot (c_{21} \nabla u_1) - \nabla \cdot (c_{22} \nabla u_2) + a_{21} u_1 + a_{22} u_2 = f_2$$

Randbedingungen:

Dirichlet:

$$h_{11} u_1 + h_{12} u_2 = r_1$$

$$h_{21} u_1 + h_{22} u_2 = r_2$$

Verallgemeinerte Neumann:

$$n \cdot (c_{11} \nabla u_1) + n \cdot (c_{12} \nabla u_2) + q_{11} u_1 + q_{12} u_2 = g_1$$

$$n \cdot (c_{21} \nabla u_1) + n \cdot (c_{22} \nabla u_2) + q_{21} u_1 + q_{22} u_2 = g_2$$

oder auch *gemischt*

Benutzung

PDE-Toolbox hat die typischen Bausteine eines (kommerziellen) FEA (Finite Element Analysis)-Werkzeugs:

Benutzer

Pre-prozess

Baue das FE Modell (Geometrie, Materialparameter, usw). Nicht selten: Auswahl der Methoden, Algorithmen



Prozess

Durchführung numerischer Berechnungen (oft eine "Black Box" für Benutzer)



Benutzer

Post-prozess

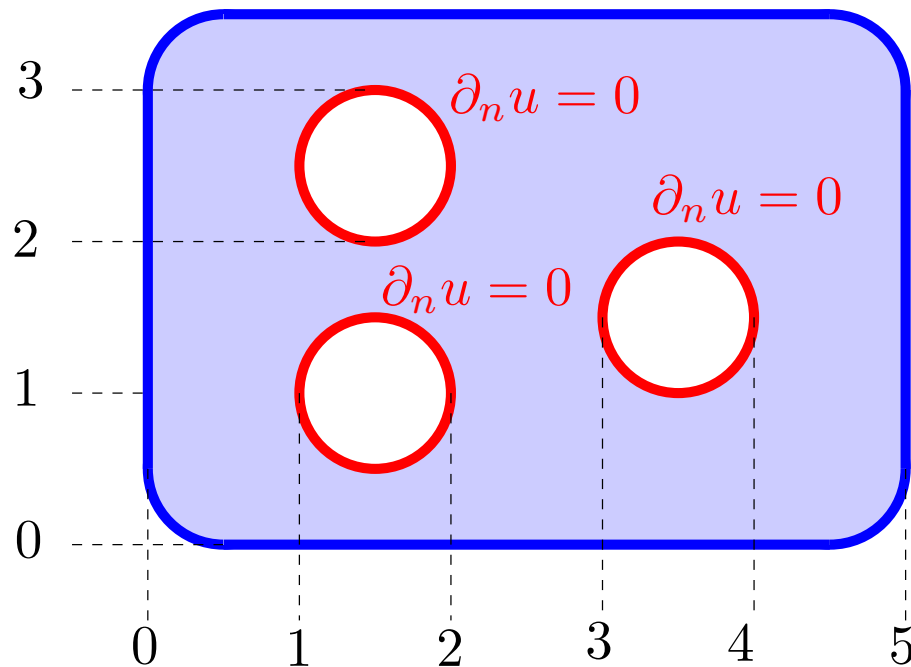
Analysiere die Ergebnisse



Fragen für heute

1. GUI (Graphical User Interface). Lösen Sie das Randwertproblem

$$u = x^2$$



2. Exportieren der Ergebnisse, “post-processing”

(a) Exportieren Sie die Lösung und das Gitter zum Matlab Workspace

i. berechnen Sie ∇u (pdegrad)

ii. visualisieren Sie $\|\nabla u\|$ (pdeprtni, pdemesh, pdesurf)

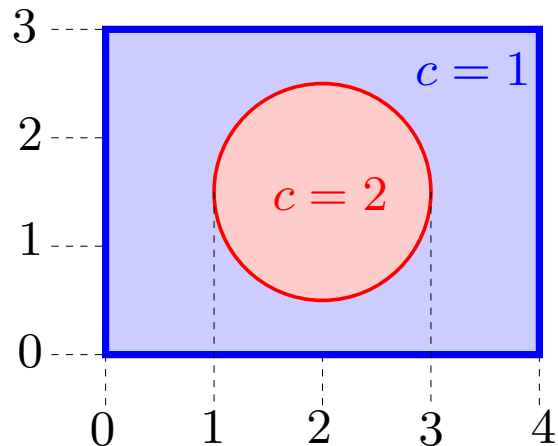
(b) Berechnen Sie $\int_{\Omega} \|\nabla u\|^2 \approx \sum_{\tau \in T_h} \|\nabla u|_{\tau}\|^2 \text{meas}(\tau)$

- i. Wie berechnen Sie $\text{meas}(\tau)$?
- ii. Welchen Struktur haben die Matrizen p und t ? (Wenn Sie beim Exportieren die Namen nicht geändert haben)

3. Probleme, die nicht mittels GUI gelöst werden können
Lösen Sie das Randwertproblem

$$\nabla \cdot (c \nabla u) = f \quad \text{in } \Omega = (0, 4) \times (0, 3)$$

wobei der Koeffizient c stückweise konstant ist:



mit $f = x^2$, $u = 0$ am $\partial\Omega$ (assemblé)

Visualisieren Sie u , $\partial_x u$, $\partial_y u$, $c \partial_x u$, $c \partial_y u$

4. Vergleichen Sie Ihre Vorgehensweise mit dem Programm aus Block 2. Welche Schritte übernimmt die Toolbox für Sie? Welcher Befehl entspricht welchem Schritt in der FEM Beschreibung?