Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2019/20

Dr. S. Frei
Dr. E. Luik

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 3

Aufgabe 9: (schriftlich)

Es seien $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Sind die Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ linear unabhängig (mit Begründung)?

b) Bestimmen Sie alle Vektoren $\vec{z} \in \mathbb{R}^4$ mit den beiden Eigenschaften

(1) $\vec{z}$ steht senkrecht zu $\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$

(2) $\|\vec{z}\| = \sqrt{37}$

Aufgabe 10: (schriftlich)

a) Bilden die folgenden Mengen eine Basis des $\mathbb{R}^3$ (mit Begründung)?

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathcal{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathcal{D} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$$

b) Es seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

(1) Zeigen Sie, dass $\mathcal{A} = \{\vec{a}, \vec{b}\}$ eine Basis von $U = \text{span}\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ ist.

(2) Bestimmen Sie den Koordinatenvektor von $\vec{c}$ bezüglich $\mathcal{A}$.

bitte wenden

Aufgabe 11: (mündlich)

a) Sind die folgenden Mengen Unterräume (mit Begründung)?

$$M_1 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \rangle = 4\}$$

$$M_2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_2 + 2x_3 = 0\}$$

b) Es seien $U, V \subset \mathbb{R}^n$ zwei Unterräume. Beantworten Sie folgende Fragen (mit Begründung).
(1) Ist dann $U \cap V$ ebenfalls ein Unterraum von $\mathbb{R}^n$?
(2) Ist dann $U \cup V$ ebenfalls ein Unterraum von $\mathbb{R}^n$?

Aufgabe 12: (mündlich)

Gegeben seien folgende Basen des $\mathbb{R}^3$:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathcal{N} = \{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}.$$

Der Vektor $\vec{v}$ hat bezüglich $\mathcal{A}$ die Koordinatendarstellung $\vec{v_\mathcal{A}} = \vec{v} \overset{\mathcal{A}}{=} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Welche Koordinatendarstellung hat $\vec{v}$ bezüglich der Basen $\mathcal{N}$ bzw. $\mathcal{B}$?

Besprechung: ab 11. Nov. 2019 in den Übungen.