



# Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

## Blatt 4

**Aufgabe 13:** (schriftlich) Gegeben seien die drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{b} \times \vec{a}$ ,  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$  und  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ .
- b) Berechnen Sie  $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  und beantworten Sie folgende Fragen:
- (1) Sind die Vektoren linear unabhängig?
  - (2) Welches Volumen hat der aufgespannte Spat?
  - (3) Welche Orientierung haben die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

**Aufgabe 14:** (schriftlich)

Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c}_\lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \lambda \end{pmatrix}$  mit  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- a) Für welche  $\lambda \in \mathbb{R}$  bilden die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}_\lambda$  eine Basis des  $\mathbb{R}^3$ ?
- b) Für welche  $\lambda \in \mathbb{R}$  gilt  $\vec{a} \times \vec{c}_\lambda = \vec{b}$ ?
- c) Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung von  $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  bzgl. der Basis  $\mathcal{B} = \{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}_1\}$ .
- d) Welchen Abstand hat der Vektor  $\vec{b}$  von der Geraden  $G = \text{span}\{\vec{a}\}$ ?

*bitte wenden*

**Aufgabe 15:** (mündlich)

a) Es seien  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{y} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{z} = \begin{pmatrix} 2s \\ s^2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

Für welches  $s \in \mathbb{R}$  bilden die Vektoren  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  eine orthogonale Basis? Erzeugen Sie dann daraus eine Orthonormalbasis (ONB).

b) Berechnen Sie die Winkel zwischen den jeweiligen Vektoren:

(1)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$     (2)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$     (3)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 16:** (mündlich)

a) Gegeben seien die Punkte  $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 3)$ ,  $C = (5, -1)$ ,  $D = (1, -1)$ .

(1) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Ecken  $A, B, C$ .

(2) Bestimmen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des Vierecks mit den Ecken  $A, B, C, D$ .

b) Berechnen Sie das (absolute) Volumen des Tetraeders (= dreiseitige Pyramide) mit den Ecken  $A = (1, 1, 1)$ ,  $B = (3, 2, 5)$ ,  $C = (2, 4, 4)$  und  $D = (1, 1, -1)$ .

**Besprechung:** ab 18. November 2019 in den Übungen.