Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2019/20

Dr. S. Frei
Dr. E. Luik

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 5

Aufgabe 17: (schriftlich)

a) Es seien $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ linear unabhängig. Beschreiben Sie kurz in Worten und mit den wichtigsten Formeln, wie man aus der Basis $\mathcal{A} = \{\vec{a}, \vec{b}\}$ von $U = \operatorname{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$ eine ONB erzeugt.

b) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{c_\alpha} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ \alpha \end{pmatrix}$.

(1) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ bilden $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c_\alpha}$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$?

(2) Berechnen Sie eine ONB $\mathcal{B}$ von $U = \operatorname{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$.

(3) Bestimmen Sie die orthogonale Zerlegung von $\vec{c_1}$ bezüglich $U = \operatorname{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$.

(4) Ergänzen Sie $\mathcal{B}$ zu einer ONB des $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 18: (schriftlich, *Klausuraufgabe vom WS 18/19*)

Im $\mathbb{R}^3$ seien die Punkte $A = (2, 3, 5),\ B = (4, 4, 4)$ und $C = (3, 5, 4)$ gegeben.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Ecken $A,\ B,\ C$.

b) Es sei E die Ebene durch die drei Punkte $A,\ B,\ C$. Geben Sie

(1) die Parameterdarstellung,

(2) die Normalendarstellung,

(3) die Koordinatendarstellung

von E an.

c) Gehört der Nullpunkt zu E (mit Begründung)?

Aufgabe 19: (mündlich)

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c}_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ im $\mathbb{R}^3$ aufgespannten Parallelogramms.

b) Bestimmen Sie eine ONB von $E = \operatorname{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$.

c) Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ hat $\vec{c}_\lambda$ von $E = \operatorname{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$ den Abstand 2 ?

bitte wenden

Aufgabe 20: (mündlich)

a) Sind die folgenden Funktionen **injektiv, surjektiv, bijektiv**? (Mit kurzer Begründung!)

$$\begin{aligned}
f_1 &: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f_1(x) = x^4 - 5x^2 + 4\ , \\
f_2 &: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f_2(x) = x^3 + 3\ , \\
f_3 &: [0, \infty) \to \mathbb{R},\ f_3(x) = \sqrt{x}\ , \\
f_4 &: \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \to \mathbb{R},\ f_4(x) = \frac{x+1}{x^2-1}\ , \\
f_5 &: [0, 10] \to [3, 10],\ f_5(x) = \begin{cases} x+3 & \text{für } 0 \le x \le 5 \\ x & \text{für } 5 < x \le 10 \end{cases} .
\end{aligned}$$

b) Geben Sie für die Funktion f_1 möglichst große Teilintervalle an, auf denen f_1 injektiv ist.

Besprechung: ab 25. November 2019 in den Übungen.