Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2019/20

Dr. S. Frei
E. Luik

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 6

Aufgabe 21: (schriftlich)

Gegeben ist die Funktion $f : [-1, 5] \to \mathbb{R},\ f(t) = 4t^2 - 16t + 16$.

(1) Zeigen Sie, dass f im Intervall $[-1, 5]$ weder streng monoton wachsend noch streng monoton fallend ist.

(2) Geben Sie die maximalen Teilintervalle von $[-1, 5]$ an, auf denen f streng monoton ist.

(3) Bestimmen Sie auf diesen maximalen Teilintervallen jeweils die Umkehrfunktion f^{-1} (mit Angabe des Definitions- und Wertebereichs).

Aufgabe 22: (schriftlich)

a) Gegeben sei die Funktion $f : [-1, 0] \to \mathbb{R},\ f(t) = -|\,2t + 1\,|$.
Skizzieren Sie $f(t),\ g(t) = (f \cdot f)(t)$ und $h(t) = (f \circ f)(t)$.

b) Skizzieren Sie ausgehend von der Betragsfunktion die Funktionen $h(x) = |\,|x| - 1\,|$ und $g(x) = |\,h(x) - 2\,|$ (ohne GTR und ohne Wertetabelle).

c) Zeigen Sie, dass $x_0 = 2$ und $x_1 = -3$ Nullstellen von $p(x) = x^4 + x^3 - 9x^2 - 3x + 18$ sind. Bestimmen Sie die restlichen Nullstellen und stellen Sie dann $p(x)$ als Produkt von Linearfaktoren dar.

Aufgabe 23: (mündlich)

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von $f(x, y) = (x - 1)(y - 1)(x^2 + y^2 - 1)$ und skizzieren Sie diese Menge. Markieren Sie ferner die Bereiche, über denen $f(x, y) > 0$ bzw. $f(x, y) < 0$ ist.

b) Es sei $h(x, y) = \dfrac{1}{\sqrt{7 - x^2 + 2x - y^2 - 2y}}$.
Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}$ und den Wertebereich $\mathbb{W}$ von h. Skizzieren Sie $\mathbb{D}$. Zeichnen Sie ferner die Lösungsmenge von $h(x, y) = 1/\sqrt{5}$ in dieses Schaubild. Ist die Funktion $h(x, y)$ injektiv (mit kurzer Begründung)?

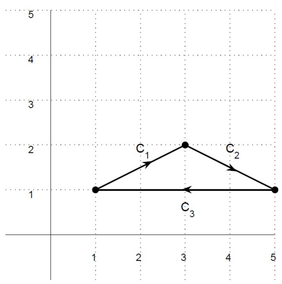
bitte wenden

Aufgabe 24: (mündlich)

a) Skizzieren Sie die Kurve:

$$r : [-3, 5] \to \mathbb{R}^2,\ r(t) = (2 - |\,t\,|, t)$$

Bestimmen Sie auch den Anfangs- und Endpunkt. Ist $r(t)$ injektiv (mit Begündung)?



b) (1) Gegeben seien drei Kurvenstücke $C_1,\ C_2,\ C_3$ (vgl. Schaubild). Geben Sie jeweils eine Parametrisierung für diese drei Kurvenstücke an.

(2) Die Kurve C entstehe dadurch, dass zuerst die Kurve C_1, danach C_2 und zuletzt C_3 durchlaufen wird. Geben Sie eine Parametrisierung von C an.

Besprechung: ab 2. Dez. 2019 in den Übungen.