Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2019/20

Dr. S. Frei
Dr. E. Luik

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 7

Aufgabe 25: (schriftlich)

a) Bestimmen Sie (soweit vorhanden) die Grenzwerte der Folgen

$$\left(\frac{1-n}{n}\right)_{n\geq 1} \;,\; \left((-3)^n\right)_{n\geq 1} \;,\; \left(\frac{8^n}{n!}\right)_{n\geq 1} \;,\; \left(\frac{2n+1}{(3n-5)^3}\right)_{n\geq 1} \;.$$

b) Berechnen Sie die Grenzwerte der folgenden Reihen:

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5^{-n} \;,\quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{k!} \;,\quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{2n+1} \;,\quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\cdot 3^{k-1}}{9^k}$$

c) Wie ist $a \in \mathbb{R}$ zu wählen, damit $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{a^k}{3^{k-1}} = 6$ gilt?

Aufgabe 26: (schriftlich)

a) Für $u \in \mathbb{R}$ sei $S(u) = 1 - \frac{u-1}{2} + \frac{(u-1)^2}{4} - \frac{(u-1)^3}{8} + \frac{(u-1)^4}{16} - + \ldots$.
Berechnen Sie den Wert $S(0.2)$.

b) Es seien $a_0 = 7$ und $a_n = \dfrac{a_{n-1}}{4}$ für $n = 1, 2, 3, \ldots$. Berechnen Sie $\sum\limits_{k=2}^{\infty} a_k$.

c) Wie sind $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ zu wählen, damit $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{(x-1)^n}{(1-ax^2)^2} = \frac{1}{2}$ gilt?

Aufgabe 27: (mündlich)

a) Gegeben sei die Funktion $f(x,y) \;=\; -\dfrac{1}{\sqrt{1+xy}}$.

(1) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}$ und den Wertebereich $\mathbb{W}$ von f. Skizzieren Sie $\mathbb{D}$.

(2) Zeichnen Sie in dieses Schaubild die Höhenlinien zum Niveau $c_1 = -\frac{1}{2}$ und $c_2 = -1$.

bitte wenden

b) Gegeben sei das Vektorfeld $F(x,y) = (f_1(x,y), f_2(x,y))$ mit

$$\begin{aligned} f_1(x,y) &= \sqrt{9-(x+1)^2-(y-2)^2} \\ f_2(x,y) &= \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2-4}} \end{aligned}$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}$ von F und skizzieren Sie ihn.

Aufgabe 28: (mündlich)

a) Berechnen Sie

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3(2x^2+1)^3}{(1-2x)^5} \; , \; \lim_{x\to\infty} \frac{3(2x^2+1)^3}{(1-2x)^5(x+1)} \; , \; \lim_{x\to\infty} \frac{3(2x^2+1)^3}{(1-2x)^5(x+1)^2}$$

b) Gegeben sei die Funktion $g(x) = \begin{cases} x^3 & \text{für } 0 \le x \le 2 \\ (c-x)^3 & \text{für } 2 < x \le 4 \end{cases}$ mit einer Konstanten $c \in \mathbb{R}$.

Untersuchen Sie g auf Stetigkeit im Punkt $x_0 = 2$.

Besprechung: ab 9. Dez. 2019 in den Übungen.