Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2019/20

Dr. S. Frei

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 10

Aufgabe 37: (schriftlich)

a) Die komplexe Zahl w hat die Polarkoordinaten $(r, \varphi) = (16, \pi)$. Geben Sie w in der algebraischen Darstellung an.
Bestimmen Sie alle Lösungen von $z^4 = w$; geben Sie diese sowohl in der algebraischen als auch in der exponentiellen Darstellung an.

b) Berechnen Sie den Betrag von $u = (1 + \sqrt{3}\, i)^6$.

c) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von $w = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} i\right)^9$

Aufgabe 38: (schriftlich)

a) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} \,:\, z = re^{i\varphi} + i\,,\ 1 \le r \le 3,\ -\tfrac{\pi}{4} \le \varphi \le \tfrac{\pi}{2} \right\} \quad .$$

b) Die komplexe Zahl w hat die Polarkoordinaten $(r, \varphi) = \left(2, \frac{\pi}{4}\right)$. Welche Polarkoordinaten hat dann w^5?

c) Vereinfachen Sie

$$z = \frac{\exp\left(\frac{\pi}{2} i\right) - \exp\left(-\frac{\pi}{2} i\right)}{2i}.$$

Aufgabe 39: (mündlich, Klausuraufgabe im WS 17/18)

a) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} \,:\, z = r(\cos(2t) + i \sin(2t)),\ 1 \le r \le 2,\ \frac{\pi}{4} \le t \le \frac{\pi}{2} \right\}.$$

b) Berechnen Sie $\ln\left(1 + \sqrt{3}\, i\right)$.

c) Es sei $p(z) = z^5 + 4z^3 + 8z^2 + 32$. Zeigen Sie, dass $z_1 = -2i$ eine Nullstelle von $p(z)$ ist. Bestimmen Sie alle weiteren Nullstellen von $p(z)$. Geben Sie diese sowohl in der exponentiellen als auch in der algebraischen Darstellung an.

bitte wenden

Aufgabe 40: (mündlich)

a) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} : z = 3 + r\exp(ti), 1 \leq r \leq 2, -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

b) Berechnen Sie alle Nullstellen von $p(z) = (2z^3 + 16i)(z^3 - 4z^2 + 13z)$. Geben Sie die Nullstellen in der algebraischen Darstellung an und markieren Sie diese in der Gauß'schen Zahlenebene.

c) Es sei $p(x) = x^5 + x^3 - 8x^2 - 8$. Zeigen Sie, dass $z_1 = i$ eine Nullstelle von $p(x)$ ist. Bestimmen Sie alle weiteren Nullstellen von $p(x)$. Geben Sie diese sowohl in der exponentiellen als auch in der algebraischen Darstellung an.

Besprechung: ab 13. Jan. 2020 in den Übungen.