Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2019/20

Dr. S. Frei

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 12

Aufgabe 45: (schriftlich)

Gegeben sei die Funktion $h(x,y) = \ln\left(1 + \exp\left(-(x+1)(y-1)\right)\right)$.

a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}$ und den Wertebereich $\mathbb{W}$.

b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen h_x, h_y und h_{xy} an der Stelle $a = (0,1)$.

c) Skizzieren Sie die Höhenlinie $h(x,y) = \ln(2)$ und den Gradienten von h an der Stelle $a = (0,1)$.

d) Ermitteln Sie für $h(x,y)$ die Steigung in Richtung $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ im Punkt $\vec{a} = (0,1)$.

Aufgabe 46: (schriftlich)

Gegeben sei die Funktion $h(x,y,z) = \exp((x-1)(y+1)(z+2))$.

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich von h.

b) Berechnen Sie $\nabla h(0,0,0)$ und die Lösungsmenge von $\nabla h(x,y,z) = \vec{0}$.

c) Bestimmen Sie die Richtungsbleitung von h in Richtung $\vec{b} = (2,-2,1)$ im Ursprung.

Aufgabe 47: (mündlich)

a) Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Kurven.

(1) $r_1(t) = (\cos(t^2), \sin(t), \exp(t^2+1))$

(2) $r_2(t) = (\cos^2(t) + \sin^2(t), \cos^2(t) - \sin^2(t))$

b) (1) Berechnen Sie die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(t) = (f \circ r_1)(t)$ mit r_1 aus Aufgabenteil (a) und $f(x,y,z) = x^2 + 2y + z$.

(2) Berechnen Sie die Ableitung $g'(t)$ auf 2 verschiedene Arten: Leiten Sie zum einen die in (1) gefundenen Darstellung für g direkt ab und nutzen Sie zum anderen die mehrdimensionale Kettenregel aus der Vorlesung. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse.

bitte wenden

Aufgabe 48: (mündlich)

a) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to 0+} \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x}{x+\sin(x)}, \qquad \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\cos(3x)}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2(x)}{x^4}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2(x)}{4x^2}$$

b) Es sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^n}{\exp(x)} \text{ und } \lim_{x\to\infty} \frac{\exp(x)}{x^n}$$

Besprechung: ab 27. Jan. 2020 in den Übungen.