



Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 13

Aufgabe 49: (schriftlich)

Es sei $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ eine zweimal differenzierbare Funktion mit folgenden Eigenschaften:

- (i) $f(1) = 0$,
- (ii) $f'(t) < 0$ für alle $t \in [0, 2]$,
- (iii) $f''(t) > 0$ für $t \in [0, 1)$ und $f''(t) < 0$ für $t \in (1, 2]$.

- a) Skizzieren Sie diese Funktion.
- b) Hat diese Funktion einen Wendepunkt? Geben Sie diesen gegebenenfalls an.
- c) Hat diese Funktion einen Sattelpunkt? Geben Sie diesen gegebenenfalls an.

Aufgabe 50: (schriftlich)

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = xy(x^2 + y^2 - 1)$.

Bestimmen Sie alle Extrema und Sattelpunkte von $f(x, y)$.

Aufgabe 51: (mündlich)

Gegeben sei die Funktion $h(x, y) = \exp(4 - x^2 - 4(y - 1)^2)$.

- a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und den Wertebereich von h .
- b) Skizzieren Sie die Höhenlinie von h zum Niveau $c = 1$.
- c) Berechnen Sie $\nabla h(x, y)$ und Hess $h(x, y)$.
- d) Bestimmen Sie alle Hoch- und Tiefpunkte von h .

Aufgabe 52: (mündlich)

Es sei $h(x, y) = \exp((y - x)^2 + 2(2 - x)^2)$.

- a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich \mathbb{D} und den Wertebereich \mathbb{W} von h .
- b) Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von h .
- c) Bestimmen Sie alle Hoch- und Tiefpunkte von h .
- d) Bestimmen Sie die Ableitung von h an der Stelle $\vec{a} = (1, 1)$ in Richtung des Vektors $\vec{b} = (3, 4)$.