Universität Konstanz

Mathematik I

für Chemie, Life Science und Nanoscience

Vorlesung 16: Differentiation

Dr. Stefan Frei, 13.01.20

Motivation

Neben Funktionswerten $f(x)$ sind bei physikalischen Prozessen oft auch Ableitungen (Änderungsraten) wichtig

Beispiele

- Position $x(t)$ eines Planeten oder Moleküls zum Zeitpunkt t
  Ableitung $v(t) = \dot{x}(t)$ ist die Geschwindigkeit
- Konzentration eines Stoffes am Punkt x zum Zeitpunkt t: $f(x, t)$
- Population am Ort x zum Zeitpunkt t: $f(x, t)$

Ableitungen sind essentiell, um physikalische Prozesse zu modellieren, z.B. den Verlauf von Funktionswerten über die Zeit oder im Ort

Herleitung

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

- Änderung von f im Zeitintervall $[t, t + \delta t]$: $f(t + \delta t) - f(t)$

Herleitung

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

- Änderung von f im Zeitintervall $[t, t + \delta t]$: $f(t + \delta t) - f(t)$
- Änderung von f im Zeitintervall $[t, t + \delta t]$ pro Zeiteinheit

$$\frac{f(t + \delta t) - f(t)}{\delta t}$$

"*Mittlere Änderungsrate*" im Intervall $[t, t + \delta t]$

Herleitung

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

- Änderung von f im Zeitintervall $[t, t + \delta t]$: $f(t + \delta t) - f(t)$
- Änderung von f im Zeitintervall $[t, t + \delta t]$ pro Zeiteinheit

$$\frac{f(t + \delta t) - f(t)}{\delta t}$$

  "*Mittlere Änderungsrate*" im Intervall $[t, t + \delta t]$

- Änderungsrate zum Zeitpunkt t:

$$f'(t) = \lim_{\delta t \to 0} \frac{f(t + \delta t) - f(t)}{\delta t}$$

Herleitung

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

- Änderung von f im Zeitintervall $[t, t + \delta t]$: $f(t + \delta t) - f(t)$
- Änderung von f im Zeitintervall $[t, t + \delta t]$ pro Zeiteinheit

$$\frac{f(t + \delta t) - f(t)}{\delta t}$$

  "*Mittlere Änderungsrate*" im Intervall $[t, t + \delta t]$

- Änderungsrate zum Zeitpunkt t:

$$f'(t) = \lim_{\delta t \to 0} \frac{f(t + \delta t) - f(t)}{\delta t}$$

- Bsp. Populationsmodell (Population $f(t)$, Geburtenrate λ, Kap. 6):

$$f'(t) = \lambda f(t) \quad \Rightarrow f(t) = f(0) \exp(\lambda t)$$