



Übungen zur **Mathematik I**

für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Anwendungen der Differentialrechnung**

(1) Es sei $p(x)$ ein Polynom vom Grad m . Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp(\alpha x)}{p(x)} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) \cdot \exp(-\alpha x) \quad (\alpha > 0),$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{p(x)} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{\ln(x)} .$$

(2) Berechnen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\pi - 2x} \quad \text{und} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - (2-h)^3}{2h} .$$

(3) Es sei $h(x, y) = \ln((y+1)^3 - (x-1)^3)$.

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich von h . Skizzieren Sie den Definitionsbereich.
- Besitzt h lokale Extrema (mit Begründung)? Falls ja, so bestimmen Sie diese.

(4) Gegeben sei die Funktion $h(x, y) = \ln((x+y)^2 + (x-y)^2)$.

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich \mathbb{D} und den Wertebereich \mathbb{W} von h .
- Berechnen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von h .
- Besitzt h lokale Extrema (mit Begründung)?
- Bestimmen Sie zu h das Taylor-Polynom vom Grad 2 an der Stelle $(1, 2)$.