

Übungen zur **Mathematik I**für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Folgen, Reihen, Grenzwerte, Stetigkeit****Lösungen**

(1)

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} 3^n &= \infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} (-3)^n &\text{ existiert nicht.} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} (-3)^{-n} &= 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^{n+1} &= \infty\end{aligned}$$

(2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3}{n^3+n+1} = 8, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^4+n^3+n^2}{n^5+10n^4+n^3+1} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+7n^2-4n}{100n^2+n+1} = \infty.$$

(3)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \frac{5}{2}, & \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) &= 2^N, \\ \lim_{x \rightarrow \infty} r(x) &= \infty, & \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) &= 1.\end{aligned}$$

(4) Es gibt ein Polynom $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, welches die Nullstellen $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ besitzt und $\lim_{x \rightarrow \infty} p(x) = -\infty$ erfüllt, z.B. $p(x) = -(x-1)(x-2)(x-3) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6$.

(5) a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x^2-4}{(x-2)^2} \right) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{x^2-4}{(x-2)^2} \right) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2-4}{(x-2)^2} \right)$ existiert nicht,

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x^3-1}{x-1} \right) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x^3-1}{x-1} \right) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3-1}{x-1} \right) = 3$.

(6)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k+2}}{(k+1)!} = e^4 - 5, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-3)^{k-1}}{5^{k+1}} = -\frac{1}{24}.$$

(7) $\mathbb{D} = [-1, 1]$, h ist stetig auf \mathbb{D} .

(8) $I_1 = [-2, -1]$, $I_2 = [0, 1]$, $I_3 = [3, 4]$.