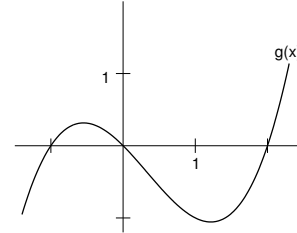


## Übungen zur **Mathematik I**

für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**

### Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Funktionen**

(1) Gegeben sei die Funktion  $g(x)$  aus dem rechten Schaubild. Skizzieren Sie die Funktionen  $f_1(x) = g(-x)$ ,  $f_2(x) = g(|x|)$ ,  $f_3(x) = |g(x)|$  und  $f_4(x) = |g(|x|)|$ .



(2)

a) Gegeben sei die Funktion  $h(x, y) = 5 + \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2 - 4}$ .

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich  $\mathbb{D}$  und skizzieren Sie diesen.

Geben Sie den Wertebereich  $\mathbb{W}$  von  $h$  an.

b) Gegeben sei die Funktion  $h(x, y) = \sqrt{4 - (x-1)(y+1)}$ .

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich  $\mathbb{D}$  und den Wertebereich  $\mathbb{W}$  von  $h$ . Skizzieren Sie  $\mathbb{D}$ . Zeichnen Sie in dieses Schaubild die Höhenlinie von  $h$  zum Niveau  $c = \sqrt{3}$ .

(3) Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2 - 2x & \text{für } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

Skizzieren Sie  $f(x)$  und  $(f \circ f)(x)$ .

(4) a) Bestimmen Sie  $f \circ g$  und  $g \circ f$  (sofern möglich) für

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 + 3x^2, \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{2x^2 + 5};$$

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, g(x) = (x, 2x, 3x);$$

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = 2x + 3y - 5, \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{2x^2 + 1}.$$

b) Es seien  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -4 \leq x \leq 0, -5 \leq y \leq 3\}$  und

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = (x+2)^2 + \frac{(y+1)^2}{16}.$$

Erstellen Sie für den Bereich  $D$  eine Höhenkarte von  $f$ , indem Sie die Höhenlinien zum Niveau  $c = 0, c = \frac{1}{16}, c = \frac{1}{9}, c = \frac{1}{4}, c = 1, c = 2, c = 3$  in ein Schaubild zeichnen.

(5) Sind die folgenden Funktionen injektiv, surjektiv, bijektiv (mit Begründung)?

$$r_1 : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, r(t) = (\cos(t), \sin(t))$$

$$r_2 : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, r(t) = (\cos(t), \sin(t))$$

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y) = (x + y, x - y)$$

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, G(x, y, z) = (x + y + z, -3x - 3y - 3z)$$

$$h : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}, h(u_1, u_2, u_3, u_4) = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$$