

Fachbereich Mathematik und Statistik

Dr. S. Frei

Mathematik I

für die Studiengänge Chemie, Life Science und Nanoscience

Freiwillige Zusatzaufgaben zur Integralrechnung für reelle Funktionen

(1) Bestimmen Sie eine Stammfunktion zu

$$f_1(x) = (1 - 2x)^{\frac{3}{2}}$$

$$f_2(x) = \ln(x)$$

$$f_3(x) = \sin(\pi x + 3)$$

$$f_4(x) = \cos^3(5x) + \cos(5x)\sin^2(5x)$$

$$f_5(x) = \exp(2 + 3x)\exp(2x - 1)$$

$$f_6(x) = \frac{1}{(3 + 2x)^3}$$

(2) Berechnen Sie

$$\int_{1}^{2} \frac{x}{x^{2}+1} dx \quad , \qquad \int_{0}^{2} \frac{x-1}{x+1} dx \quad , \qquad \int_{0}^{1} \sqrt{2s+1} ds$$
$$\int_{0}^{1} \frac{6x^{5}+8x}{x^{6}+4x^{2}+1} dx \quad , \qquad \int_{1}^{2} x^{2} \ln(x) dx.$$

(3) Bestimmen Sie

$$\int \frac{2+3x}{4-9x^2} dx, \qquad \int \frac{1+\exp(4x)}{\exp(3x)} dx, \qquad \int x^2 \sin(x^3) dx,$$
$$\int \frac{\sqrt[3]{x^4} x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{17}{6}}} dx, \qquad \int \frac{x^3+x}{x^4+2x^2+1} dx.$$

(4) Berechnen Sie (sofern möglich)

$$\int_{1}^{2} \frac{x}{\sqrt{x^{2}-1}} dx , \quad \int_{1}^{2} \frac{x}{x^{2}-1} dx , \quad \int_{2}^{\infty} \frac{1}{(x-1)^{2}} dx .$$

(5) Bestimmem Sie die Stammfunktionen von

(a)
$$f(x) = x^a \ln(x)$$
 für $a \in \mathbb{R}$, $a \neq -1$ auf \mathbb{R}_+ ,
(b) $f(x) = \frac{1}{x} \ln(x)$ auf \mathbb{R}_+ .

(6) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$$

und berechnen Sie

$$\int_{0}^{1} \frac{1}{x^2 - x - 2} \, dx \quad .$$

(7) Bestimmen Sie

$$\int_{1}^{2} \frac{1}{x^2 - 6x + 9} dx \quad \text{und} \quad \int \frac{2x^2 - 14x + 18}{x^2 - 7x + 12} dx \quad .$$