

Übungen zur **Mathematik I für Chemie, Life Science und Nanoscience**Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Kombinatorik**

(1) Es seien $a_0 = 3$ und $a_i = \frac{3a_{i-1}}{2}$ ($i = 1, 2, 3, \dots$). Bestimmen Sie a_1, a_2, a_3 und allgemein a_i . Berechnen Sie für ein $n \in \mathbb{N}$ die Summe $\sum_{i=0}^n a_i$.

(2) Berechnen Sie $\sum_{i=1}^7 \binom{9}{i} 2^3$, $\sum_{i=0}^9 \binom{10}{i} 5^{i+1} (-3)^{9-i}$, $\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \frac{1}{2^{2k}}$, $\sum_{k=0}^{10} \frac{1}{2^{k+2}}$.

(3) Bestimmen Sie $\sum_{i=1}^{10} \prod_{l=1}^{10} 2$, $\prod_{k=2}^4 \sum_{j=0}^k (4-j)$, $\prod_{k=1}^4 \prod_{j=1}^k 2^{-j}$.

(4) Vereinfachen Sie $\binom{N}{N_1} \binom{N_2 + N_3 + N_4}{N_2} \binom{N_3 + N_4}{N_3}$ mit $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = N$.

(5) Berechnen Sie $\sum_{i=1}^{20} (2i+1)$, $\sum_{i=1}^n (2i+1)$, $\sum_{k=0}^{24} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$.

(6) a) Bestimmen Sie $N \in \mathbb{N}$ derart, dass gilt $\sum_{i=0}^{N-1} \binom{N}{i} = 511$.

b) Bestimmen Sie $N \in \mathbb{N}$ derart, dass $\sum_{i=1}^N \binom{N}{i} 4^i = 624$ ist.

c) Bestimmen Sie $n \in \mathbb{N}$ so, dass $\sum_{i=1}^n i = 465$ gilt.

d) Es sei $S_n(\alpha, x) = \sum_{i=0}^n \binom{\alpha}{i} x^{i+1}$. Berechnen Sie $S_3\left(\frac{1}{2}, -2\right)$.

(7) 30 Kugeln sollen in drei verschiedenen Situationen auf fünf Töpfe verteilt werden.

(a) Jeder Topf erhält gleich viele Kugeln.

(b) Topf eins erhält eine Kugel, Topf zwei erhält 8 Kugeln und die restlichen Töpfe erhalten je 7 Kugeln.

(c) Topf eins erhält 2 Kugeln, Topf zwei erhält 4 Kugeln, Topf drei erhält 6 Kugeln, Topf vier erhält 8 Kugeln und Topf fünf erhält 10 Kugeln.

Geben Sie in jeder der drei Situationen an, auf wie viele verschiedene Arten die Kugeln auf die Töpfe verteilt werden können.

(8) Berechnen Sie: $\frac{\sum_{i=0}^{10} \binom{10}{i} 3^{10-i}}{\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k} 3^k (-1)^{8-k}}$, $\sum_{k=1}^{25} \prod_{i=1}^k (i-1)$.