



Übungen zur **Mathematik I**
für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Spezielle Funktionen**

(1) Bestimmen Sie die Grenzwerte der folgenden Folgen $(a_n)_{n \geq 1}$ (falls möglich):

$$\begin{aligned}a_n &= \exp\left(-\frac{1}{n}\right) \\a_n &= \ln\left(\frac{n+3}{2n+7}\right) \\a_n &= \cos^2(n) + \sin^2(n)\end{aligned}$$

(2) Berechnen Sie die folgenden Reihen

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(k\pi)}{2^k k!}, \quad \sum_{k=5}^{\infty} \frac{\sin(k\pi)}{k!}.$$

(3) Welche Exponentialfunktion $h(t) = \exp(a + bt)$ geht in einem halblogarithmischen Koordinatensystem (Ordinate nat.-log.) durch die Punkte (1|4) und (2|7)?

(4) Die beiden Mengen A und B haben in Polarkoordinaten die Darstellung

$$A = \{(r, \varphi) : 1 \leq r \leq \infty, \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}\}, \quad B = \{(r, \varphi) : 1 \leq r \leq 2, \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}\}.$$

Skizzieren Sie diese Mengen in einem kartesischen Koordinatensystem.

(5) Eine radioaktive Substanz hat eine Halbwertszeit von 50 Jahren. Nach wie vielen Jahren sind 99 % der Substanz zerfallen?

(6) Bei der ^{14}C -Methode zur Altersbestimmung nutzt man aus, dass in lebenden Organismen das Verhältnis von ^{14}C und ^{12}C einen festen Wert c_0 hat. In toten Organismen zerfällt das Isotop ^{12}C praktisch nicht, während das Isotop ^{14}C mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren zerfällt. Bei einer Ausgrabung wird ein Knochen gefunden, bei dem das Verhältnis von ^{14}C und ^{12}C auf 10% von c_0 gesunken ist. Bestimmen Sie das Alter dieses Knochens.

(7) Der Punkt P hat die Kugelkoordinaten $(r, \vartheta, \varphi) = (4\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$. Welche kartesischen Koordinaten besitzt dieser Punkt?