Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2019/20

Dr. S. Frei
Dr. E. Luik

Übungen zur **Mathematik I für Chemie, Life Science und Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Vektorrechnung** (Teil 1)

(1) (Maximum und Minimum) Berechnen Sie

$$\max\{5-k\ :\ k=2,3,\dots,10\}\ ,\quad \min\{5-k\ :\ k=2,3,\dots,10\}\ ,$$

$$\max\{|\,5-k\,|\ :\ k=2,3,\dots,10\}\ ,\quad \min\{|\,5-k\,|\ :\ k=2,3,\dots,10\}\ ,$$

$$\max\{x^3-1\ :\ -2\le x\le 2\}\ ,\quad \min\{x^3-1\ :\ -2\le x\le 2\}\ .$$

(2) Skizzieren Sie die folgenden Mengen:

$$\begin{aligned} M_1 &= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ \sqrt{x^2+y^2}\le 1\}\ ,\\ M_2 &= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ \max\{|\,x\,|,\ |\,y\,|\}\le 1\}\ ,\\ M_3 &= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ |\,x\,|+|\,y\,|\le 1\}\ ,\\ M_4 &= \{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ 1\le (x-1)^2+(y+2)^2\le 4\}\ . \end{aligned}$$

Welche Teilmengen-Beziehungen gelten zwischen den Mengen $M_1,\ M_2,\ M_3$?

(3) Untersuchen Sie die folgenden Vektoren auf lineare Unabhängigkeit:

a) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}2\\0\\-2\end{pmatrix};$ **b)** $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4\\12\\7\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix};$

c) $\begin{pmatrix}2\\1\\5\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix};$ **d)** $\begin{pmatrix}2\\4\\6\\8\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1\\0\\2\\2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}3\\0\\3\\0\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}0\\2\\4\\4\end{pmatrix}.$

(4) Es sei $U=\operatorname{span}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$.

Entscheiden Sie (mit Begründung), ob die folgenden Vektoren in U liegen:

$$\vec a=\begin{pmatrix}-1\\6\\-2\end{pmatrix},\qquad \vec b=\begin{pmatrix}2\\8\\2\end{pmatrix},\qquad \vec c=\begin{pmatrix}2\\-2\\3\end{pmatrix}.$$

(5) Gegeben seien die Vektoren $\vec a=\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix},\ \vec b=\begin{pmatrix}4\\2\\2\end{pmatrix},\ \vec c_\lambda=\begin{pmatrix}0\\1\\\lambda\end{pmatrix}.$

a) Berechnen Sie den Winkel zwischen $\vec a$ und $\vec b$.

b) Wählen Sie $\lambda=\lambda_1$ so, dass $\vec c_{\lambda_1}$ in der Ebene $E=\operatorname{span}\{\vec a,\vec b\,\}$ liegt. Bestimmen Sie die Koordinaten von $\vec c_{\lambda_1}$ bezüglich der Basis $\mathcal{A}=\{\vec a,\vec b\,\}$.