

Übungen zur **Mathematik I für Chemie, Life Science und Nanoscience**Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Vektorrechnung** (Teil 2)

(6) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie eine ONB von $\text{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$.

(7) Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des von den Vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ aufgespannten Parallelogramms.

(8) Welchen Flächeninhalt hat das Viereck mit den Ecken $A = (1, 1)$, $B = (0, 3)$, $C = (3, 4)$ und $D = (2, 1)$?

(9) Es seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Welchen Abstand hat \vec{b} von der Geraden $G = \text{span}\{\vec{a}\}$?

b) Geben Sie einen Vektor \vec{c} an mit den beiden Eigenschaften

(i) \vec{c} ist orthogonal zu \vec{a} und \vec{b} ,

(ii) \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} bilden (in dieser Reihenfolge) ein Linkssystem.

(10) Es sei $E = \{(r, s, t) \in \mathbb{R}^3 : 2r + s - 2t = 0\}$.

a) Bestimmen Sie eine ONB $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ von E .

b) Ermitteln Sie die orthogonale Projektion von $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ auf E . Welchen Abstand hat \vec{x} von E ?

c) Liegt $\vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ in E ? Falls ja, welche Koordinaten hat \vec{y} bezüglich der ONB aus a)?

(11) Für welche $r \in \mathbb{R}$ hat das von den Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ r^2 \\ -4r \end{pmatrix}$

aufgespannte Parallelellach das (absolute) Volumen 12?

(12) a) Berechnen Sie das (absolute) Volumen des Tetraeders (=dreiseitige Pyramide) mit den Eckpunkten $A = (3, 2 | 1)$, $B = (4 | 3, 3)$, $C = (3, 4, 1)$ und $D = (6, 4, 2)$.

b) Sei E die Ebene durch die Punkte $A = (1, -1, 1)$, $B = (3, 2, 1)$ und $C = (0, -1, 2)$. Geben Sie E in der (i) Koordinatendarstellung, (ii) Parameterdarstellung und (iii) Normalendarstellung an.