

Übungen zur **Mathematik I für Chemie, Life Science und Nanoscience**Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Vektorrechnung** (Teil 2)

(6) Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie eine ONB von  $\text{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$ .

(7) Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des von den Vektoren  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{y} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  aufgespannten Parallelogramms.

(8) Welchen Flächeninhalt hat das Viereck mit den Ecken  $A = (1, 1)$ ,  $B = (0, 3)$ ,  $C = (3, 4)$  und  $D = (2, 1)$ ?

(9) Es seien  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

a) Welchen Abstand hat  $\vec{b}$  von der Geraden  $G = \text{span}\{\vec{a}\}$ ?

b) Geben Sie einen Vektor  $\vec{c}$  an mit den beiden Eigenschaften

(i)  $\vec{c}$  ist orthogonal zu  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ ,

(ii)  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  bilden (in dieser Reihenfolge) ein Linkssystem.

(10) Es sei  $E = \{(r, s, t) \in \mathbb{R}^3 : 2r + s - 2t = 0\}$ .

a) Bestimmen Sie eine ONB  $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$  von  $E$ .

b) Ermitteln Sie die orthogonale Projektion von  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$  auf  $E$ . Welchen Abstand hat  $\vec{x}$  von  $E$ ?

c) Liegt  $\vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  in  $E$ ? Falls ja, welche Koordinaten hat  $\vec{y}$  bezüglich der ONB aus a)?

(11) Für welche  $r \in \mathbb{R}$  hat das von den Vektoren  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  und  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ r^2 \\ -4r \end{pmatrix}$

aufgespannte Parallelellach das (absolute) Volumen 12?

(12) a) Berechnen Sie das (absolute) Volumen des Tetraeders (=dreiseitige Pyramide) mit den Eckpunkten  $A = (3, 2 | 1)$ ,  $B = (4 | 3, 3)$ ,  $C = (3, 4, 1)$  und  $D = (6, 4, 2)$ .

b) Sei  $E$  die Ebene durch die Punkte  $A = (1, -1, 1)$ ,  $B = (3, 2, 1)$  und  $C = (0, -1, 2)$ . Geben Sie  $E$  in der (i) Koordinatendarstellung, (ii) Parameterdarstellung und (iii) Normalendarstellung an.