Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Heinrich Freistühler

5. Mai 2008

Analysis II
3. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben sind zum Vortragen in den Übungstunden vom 14. 5. 2008 bis 16. 5. 2008 vorzubereiten. Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und die Bearbeitungen bis **Dienstag**,13. 5. 2008 um 10.00 Uhr in die gekennzeichneten Briefkästen einzuwerfen.

Aufgabe 9 Sei $U \subset \mathbb{R}^m$ offen, $f : U \to \mathbb{R}$ beschränkt und konvex. Zeigen Sie: f ist stetig.

Aufgabe 10 Betrachten Sie die Abbildung

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \text{ mit } g(x,y) = (x^3 - yx, y).$$

Bestimmen Sie alle Mengen $M_k := \{(\xi,\eta) \in \mathbb{R}^2 : g^{-1}(\xi,\eta) \text{ hat } k \text{ Elemente}\}, k \in \mathbb{N}_0$. Wie verhält sich g in der Nähe der Punkte der Menge

$$\Sigma = \{(x,y) : \det Dg(x,y) = 0\}?$$

Aufgabe 11 Sei $U := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 < 1\}$. Gibt es eine stetig differenzierbare Abbildung $g : U \to U$, die

$$\det Dg(x,y) \neq 0, \quad \forall (x,y) \in U$$

erfüllt und nicht injektiv ist? (Wenn nein, zeigen Sie, warum nicht! Wenn ja, geben Sie eine an!)

Aufgabe 12 Sei $U \subset \mathbb{R}^m$ offen und konvex, $f : U \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar mit

$$D^2 f(x) > 0, \quad \forall x \in U.$$

Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$g : U \to \mathbb{R}^m \quad \text{mit } g(x) = Df(x)$$

injektiv ist.