Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
PROF. DR. HEINRICH FREISTÜHLER

26. Mai 2008

Analysis II
6. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben sind zum Vortragen in den Übungstunden vom 4. 6. 2008 bis 6. 6. 2008 vorzubereiten. Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und die Bearbeitungen bis zum 2. 6. 2008, 10.00 Uhr, in die gekennzeichneten Briefkästen einzuwerfen.

Aufgabe 21 Für welche $c \in \mathbb{R}$ ist die Menge

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 = c\}$$

(k)eine differenzierbare Mannigfaltigkeit? (Beweis!)

Aufgabe 22 Betrachten Sie den Torus

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2 + z^2 = 1\}$$

und die Funktionen

$$\phi^c : (x, y, z) \mapsto c_1 x + c_2 y + c_3 z, \quad c = (c_1, c_2, c_3) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}.$$

Bestimmen Sie $m^c := \max \phi^c | T$ für alle $c \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$.

Aufgabe 23 Geben Sie eine surjektive Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to T$ an, die überall vollen Rang hat.

Aufgabe 24 Eine C^1-Abbildung $f : R^m \to \mathbb{R}^n$ habe überall vollen Rang. Zeigen Sie: (i) Wenn f injektiv ist, so ist $m \leq n$. (ii)* Wenn f surjektiv ist, so ist $n \leq m$.