

2. Juni 2008

Analysis II
7. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben sind zum Vortragen in den Übungstunden vom 11. 6. 2008 bis 13. 6. 2008 vorzubereiten. Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und die Bearbeitungen bis zum 9. 6. 2008, 10.00 Uhr, in die gekennzeichneten Briefkästen einzuwerfen.

Aufgabe 25 Für welche $n, m \in \mathbb{N}$ gibt es zu dem Weg γ ,

$$\gamma(t) = (t^n, t^m), \quad -1 \leq t \leq 1,$$

(k)eine stetige, bijektive Abbildung $\phi : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$, so dass der Weg

$$\tilde{\gamma} = \gamma \circ \phi$$

glatt ist?

Aufgabe 26 Berechnen Sie die Länge einer "Windung", $t_1 \leq t \leq t_1 + 2\pi$, der Schraubenlinie

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} r \cos t \\ r \sin t \\ vt \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

($r > 0, v \in \mathbb{R}$ Konstanten).

Aufgabe 27 Sei K die Schnittmenge von $M_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2\}$ und $M_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x + y + 4\}$. Bestimmen Sie für jedes $a \in \mathbb{R}$ den Abstand des Punktes zwischen K und dem Punkt $(0, 0, a)$.

Aufgabe 28 Berechnen Sie für $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$f(x_1, x_2) = \left(\frac{-x_2}{x_1^2 + x_2^2}, \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} \right)$$

die Kurvenintegrale

$$\int_{\gamma_j} \langle f(x), dx \rangle, \quad j = 1, 2, 3,$$

für

$$\gamma_1(t) = (4 + 5 \cos t, 4 + 5 \sin t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi,$$

$$\gamma_2(t) = (3 + 4 \cos t, 3 + 4 \sin t), \quad 0 \leq t \leq 4\pi,$$

$$\gamma_3(t) = (2 + 3 \cos t, 2 + 3 \sin t), \quad 0 \leq t \leq 6\pi.$$