

Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
PROF. DR. HEINRICH FREISTÜHLER

9. Juni 2008

Analysis II
8. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben sind zum Vortragen in den Übungstunden vom 18. 6. 2008 bis 20. 6. 2008 vorzubereiten. Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und die Bearbeitungen bis zum 16. 6. 2008, 10.00 Uhr, in die gekennzeichneten Briefkästen einzuwerfen.

Aufgabe 29 Berechnen Sie für $\alpha > 0$ die Länge

(i) der Archimedischen Spirale $x = \varphi \cos \varphi, y = \varphi \sin \varphi$ ($0 \leq \varphi \leq \alpha$),

(ii) der logarithmischen Spirale $x = e^\varphi \cos \varphi, y = e^\varphi \sin \varphi$ ($0 \leq \varphi \leq \alpha$).

Aufgabe 30 Zeigen Sie, dass für $a, h > 0$ das Dreieck

$$\Delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -a < x < a, 0 < y < h(1 - |x|/a)\}$$

quadrierbar ist, und bestimmen Sie den Jordan-Inhalt $|\Delta|$.

Aufgabe 31 Zeigen Sie, dass der Kreis $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ quadrierbar ist!

Aufgabe 32 Zeigen Sie, dass für alle $k, n \in \mathbb{N}$, $f \in C^k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ und $x, h \in \mathbb{R}^n$ gilt:

$$\frac{1}{k!} f^{(k)}(x, h, \dots, h) = \sum_{|\alpha|=k} \frac{1}{\alpha!} h^\alpha \partial_\alpha f(x) \quad (\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)).$$