Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Stefan Volkwein
Martin Gubisch
Sommersemester 2013

Ausgabe: 18.06.2013
Abgabe: 25.06.2013, 10:00 Uhr, Briefkästen F4

Mathematik für Physiker II
10. Übungsblatt

☐ **Aufgabe 28** (Partialbruchzerlegung)

Gesucht ist der Wert des folgenden Integrals:

$$\int_\alpha^\beta \frac{2x^5 - 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 5x + 7}{x^3 + x^2 + x + 1}\,\mathrm{d}x.$$

1. Bestimmen Sie durch lineare Substitution die beiden elementaren Integrale

$$\int_\alpha^\beta \frac{a}{x-b}\,\mathrm{d}x, \qquad \int_\alpha^\beta \frac{ax+b}{(x-c)^2+d^2}\,\mathrm{d}x.$$

2. Berechnen Sie eine Nullstelle des Nennerpolynoms mittels der kubischen Formel

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad x = -\frac{1}{3a}\left(b + \Delta + \frac{\Delta_0}{\Delta}\right), \qquad \Delta = \sqrt[3]{\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}},$$

   wobei $\Delta_0 = b^2 - 3ac$ und $\Delta_1 = 2b^3 - 9abc + 27a^2d$.

   Hinweis: Möglicherweise hilft Ihnen der Term $\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{3}$.

3. Zerlegen Sie das Nennerpolynom mittels Polynomdivision in lineare und irreduzible quadratische Faktoren.
4. Führen Sie eine Partialbruchzerlegung durch.

☐ **Aufgabe 29** (Treppen- & Regelfunktionen)

1. Seien $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Treppenfunktion und $c \in (a,b)$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

2. Zeigen Sie, dass diese Eigenschaft auch für alle Regelfunktionen erfüllt ist.

☐ **Aufgabe 30** (Taylorformel mit Integralrestglied)

Seien $f \in \mathcal{C}^{n+1}([a,b],\mathbb{R})$ und $\xi \in (a,b)$. Zeigen Sie:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(\xi)}{k!}(x-\xi)^k + \int_\xi^x \frac{f^{(n+1)}(y)}{n!}(x-y)^n\,\mathrm{d}y.$$