



**Ausgabe:** 02.07.2013

**Abgabe:** 09.07.2013, 10:00 Uhr, Briefkästen F4

## Mathematik für Physiker II

### 12. Übungsblatt

□ **Aufgabe 34** (Bogenlängen & Kurvenintegrale)

- a) Berechnen Sie die Länge der Zykloide (Radkurve)  $\gamma(t) = r(t - \sin(t), 1 - \cos(t))$  für  $r > 0$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .  
b) Berechnen Sie die Länge der in Polarkoordinaten gegebenen Kardioide (Herzkurve)  $r(\varphi) = a(1 + \cos(\varphi))$  mit  $\varphi \in [-\pi, \pi]$ .

**Hinweis:** Die kartesische Darstellung einer Kurve in Polarkoordinaten ist  $\gamma(\varphi) = (r(\varphi) \cos(\varphi), r(\varphi) \sin(\varphi))$ .

- Berechnen Sie längs der Kurven  $\Gamma = \{(x, y) \in (0, \infty)^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$  und  $\gamma : t \mapsto (t, \frac{1}{3}\sqrt{8t^3}, \frac{1}{2}t^2)$  ( $t \in [0, 1]$ ) die Kurvenintegrale

$$\int_{\Gamma} xy \, ds, \quad \int_{\gamma} xyz \, ds.$$

**Hinweis:** Parametrisieren Sie zunächst den in algebraischer Form gegebenen Ellipsenbogen  $\Gamma$ .

---

□ **Aufgabe 35** (Fourierreihen)

Wir untersuchen die  $2\pi$ -periodische Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{(\pi - x)^2}{4}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$$

- Bestimmen Sie die Fourierreihe von  $f$ .
- Konvergiert die Fourierreihe von  $f$  punktweise (absolut, gleichmäßig, im quadratischen Mittel) gegen  $f$ ?

**Hinweis:** Wenden Sie das Weierstraßsche Majorantenkriterium an.

---

□ **Aufgabe 36** (Jordansche Normalform)

- Bestimmen Sie die Jordanmatrix  $J$  zu

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen  $P, P^{-1}$  mit  $P^{-1}AP = J$ .
- Erklären Sie den Unterschied zwischen algebraischer und geometrischer Vielfachheit von Eigenwerten. Wie verhalten sich die Werte bei diagonalisierbaren Matrizen zueinander?