



**Ausgabe:** 09.07.2013

**Abgabe:** Die Bearbeitung des Übungsblatts ist freiwillig.

## Mathematik für Physiker II

### 13. Übungsblatt

□ **Aufgabe 37** (Satz von Fubini)

1. Berechnen Sie über dem Dreieck  $\Delta$  mit Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  das Integral von  $f(x, y) = \frac{\sin(x)}{x}$ .
2. Berechnen Sie – falls möglich – für die Funktion  $f(x, y) = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$  mit  $(x, y) \neq (0, 0)$  die Integrale

$$\iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \, dy \, dx, \quad \iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \, dx \, dy, \quad \int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \, d(x, y).$$

3. Zeigen Sie, dass für die Funktion  $f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = \frac{1}{y^2} \quad (0 < x < y \leq 1), \quad f(x, y) = -\frac{1}{x^2} \quad (0 < y < x \leq 1), \quad 0 \text{ sonst}$$

die Integrationsreihenfolge nicht vertauscht:

$$\iint_{00}^{11} f(x, y) \, dy \, dx \neq \iint_{00}^{11} f(x, y) \, dx \, dy.$$

□ **Aufgabe 38** (Volumen- und Oberflächenintegrale)

1. Seien  $h > 0$  und  $n \in \mathbb{N}$ . Berechnen Sie den Flächeninhalt der Wendelfläche mit Ganghöhe  $h$  und Umdrehungszahl  $n$ :

$$\Phi(t, \varphi) = (t \cos \varphi, t \sin \varphi, h\varphi) \quad 0 \leq t \leq R, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi n.$$

2. Berechnen Sie mittels Transformationssatz das Volumen und die Oberfläche einer Kugel mit Radius  $R$  und eines Torus mit Radien  $R, r$ .

□ **Aufgabe 39** (Schnittkörper)

Das Vivianische Fenster entsteht durch den Schnitt eines Zylinders  $Z$  mit einer Kugel  $K$ ,

$$Z = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \left(x - \frac{R}{2}\right)^2 + y^2 \leq \left(\frac{R}{2}\right)^2 \right\},$$

$$K = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \right\}.$$

1. Berechnen Sie die Zylinderoberfläche innerhalb der Kugel und die Kugeloberfläche innerhalb des Zylinders.
2. Bestimmen Sie das Volumen des Schnittkörpers.

