



**Ausgabe:** Donnerstag, 03.07.2014

**Abgabe:** Donnerstag, 10.07.2014, 10:00 Uhr, in den Briefkästen auf F4

## Analysis II

### 11. Übungsblatt

**Aufgabe 41** (Riemann-Integrierbarkeit und Lebesgue-Integrierbarkeit) (5 Punkte)

Überprüfen Sie den Sinus Cardinalis  $\text{sinc} : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $\text{sinc}(x) = \frac{1}{x} \sin(x)$  auf Riemann-Integrierbarkeit und Lebesgue-Integrierbarkeit.

---

**Aufgabe 42** (Transformation von Integralgrenzen) (5 Punkte)

Vertauschen Sie bei den folgenden beiden Integralen die Integrationsreihenfolge.

$$\int_0^1 \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) \, dy \, dx, \quad \int_0^1 \int_{2x}^{3x} g(x, y) \, dy \, dx.$$

**Hinweis:** Das Ziel der Aufgabe besteht in der korrekten Transformation der Integrationsgrenzen.

---

**Aufgabe 43** (Iterative Integration) (5 Punkte)

Bezeichne  $\square$  den Quader  $[1, 2] \times [2, 4] \times [0, 2]$ ,  $\Delta$  das Dreieck mit den Ecken  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(2, -1)$ ,  $A$  die Fläche zwischen der Geraden  $y = x$  und der Parabel  $y = \frac{1}{2}x^2$  und  $\circ$  den Einheitskreis um 0. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_{\square} \frac{2z}{(x+y)^2} \, d(x, y, z), \quad \int_{\Delta} x + 2y^2 \, d(x, y), \quad \int_A x\sqrt{y} \, d(x, y), \quad \int_{\circ} |x| + 3|y| \, d(x, y).$$


---

**Aufgabe 44** (Satz von Fubini) (5 Punkte)

1. Berechnen Sie – falls möglich – für die Funktion  $f(x, y) = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$  mit  $(x, y) \neq (0, 0)$  die Integrale

$$\iint_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} f(x, y) \, dy \, dx, \quad \iint_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} f(x, y) \, dx \, dy, \quad \int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \, d(x, y).$$

2. Zeigen Sie, dass für die Funktion  $f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = \frac{1}{y^2} \quad (0 < x < y \leq 1), \quad f(x, y) = -\frac{1}{x^2} \quad (0 < y < x \leq 1), \quad 0 \text{ sonst}$$

die Integrationsreihenfolge nicht vertauscht:

$$\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \, dy \, dx \neq \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \, dx \, dy.$$


---