Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Gottfried Barthel.
Sabine Burgdorf/Daniel Plaumann
WS 2007/2008

# LINEARE ALGEBRA I

2. Übungsblatt
Abgabe am Freitag, dem 2. November 2007, **bis 10:15 Uhr**
in den entsprechenden Briefkasten neben Raum F411

**5.** Es sei $\mathcal{E} = (e_i) \subseteqq \mathbb{V}_n$ eine Orthonormalbasis von $\mathbb{V}_n$, und sei $(\lambda_i) \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie: Falls $\sum_{i=1}^n \lambda_i e_i = 0$ gilt, so folgt $\lambda_i = 0$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$.

**6.** Sei $\mathcal{E} = (e_1, e_2, e_3)$ eine Orthonormalbasis von $\mathbb{V}_3$, sei $v \in \mathbb{V}_3$, und sei $E = v + \mathbb{R}e_1 + \mathbb{R}e_2 := \{v + \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 \,;\, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}\}$. Zeigen Sie:

$$E = \big\{ u \in \mathbb{V}_3 \,;\, \langle u, e_3 \rangle = \langle v, e_3 \rangle \big\}.$$

**7.** Es seien $u, v, w \in \mathbb{V}_3$. Beweisen Sie die folgenden Identitäten für das Vektorprodukt:

(a) $u \times (v \times w) = \langle u, w \rangle v - \langle u, v \rangle w$ (Graßmann-Identität)
(b) $u \times (v \times w) + v \times (w \times u) + w \times (u \times v) = 0$ (Jacobi-Identität)

**8.** Zeigen Sie, dass zu jedem Vektor $u \in \mathbb{V}_3$ zwei Vektoren $v, w \in \mathbb{V}_3$ existieren, die $u = v \times w$ erfüllen.