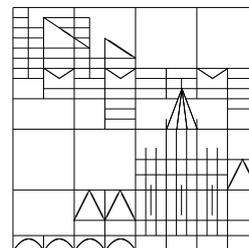


Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
PROF. DR. HEINRICH FREISTÜHLER
DIPL. FIN. ÖKON. THILO MOSELER

24. November 2008



Analysis III 5. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben sind zum Vortragen in den Übungstunden vom 3. 12. 2008 bis 5. 12. 2008 vorzubereiten. Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und bis zum 1. 12. 2008 um 10.00 Uhr in die gekennzeichneten Briefkästen einzuwerfen.

Aufgabe 5.1

Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit von $x' = Ax$ für

$$(i) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (ii) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5.2

Geben Sie ein reelles Fundamentalsystem an:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5.3

Die matrixwertigen Funktionen $A, B: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ seien differenzierbar. Beweisen Sie:

$$\frac{d}{dt}(A(t)B(t)) = \left(\frac{d}{dt}A(t)\right)B(t) + A(t)\left(\frac{d}{dt}B(t)\right)$$

und, falls die Matrixinverse $A(t)^{-1}$ von $A(t)$ für jedes $t \in \mathbb{R}$ existiert,

$$\frac{d}{dt}(A(t)^{-1}) = -A(t)^{-1}\left(\frac{d}{dt}A(t)\right)A(t)^{-1}.$$

Aufgabe 5.4

Zeigen Sie, dass es keine Funktion $x \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ mit

$$x' = 1 + x^4$$

gibt.