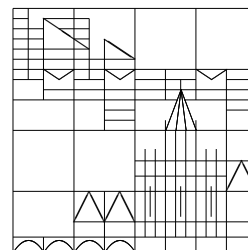


Universität Konstanz
 Fachbereich Mathematik und Statistik
 PROF. DR. HEINRICH FREISTÜHLER
 DIPL. FIN. ÖKON. THILO MOSELER

1. Dezember 2008



Analysis III 6. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben sind zum Vortragen in den Übungstunden vom 10. 12. 2008 bis 12. 12. 2008 vorzubereiten. Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und bis zum 8. 12. 2008 um 10.00 Uhr in die gekennzeichneten Briefkästen einzuwerfen.

Aufgabe 6.1

- (i) Geben Sie eine möglichst große Anzahl linear unabhängiger Lösungen der Differentialgleichung $x''''(t) = x(t)$ an.
- (ii) Geben Sie die Lösungsgesamtheit dieser Differentialgleichung an.
- (iii) Geben Sie die Lösungsgesamtheit der Differentialgleichung $x''''(t) = x(t) + 1$ an.
- (iv) Lösen Sie das Anfangswertproblem $x''''(t) = x(t) + 1, x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0$.

Aufgabe 6.2 Geben Sie alle Lösungen des Systems

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\x_2'(t) &= x_1(t) - x_2(t)\end{aligned}$$

an.

Aufgabe 6.3 (Differentiation der Hauptfundamentalmatrix nach der Startzeit):

Sei $A : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ stetig. Zu jedem $s \in \mathbb{R}$ sei $\Phi(t, s), t \in \mathbb{R}$ die Hauptfundamentalmatrix des Differentialgleichungssystems

$$x'(t) = A(t)x(t)$$

bezüglich Startzeit s und $M(t, s) := \frac{\partial}{\partial s} \Phi(t, s)$. Zeigen Sie, dass $M(\tau, \tau) = -A(\tau)$ für alle $\tau \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 6.4

- (i) Geben Sie alle Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}$$

an.

(ii) Bestimmen Sie diejenige Lösung, die außerdem

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} (0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

erfüllt.