Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik

Prof. Dr. Stefan Volkwein
Martin Gubisch

Modellreduktion mit Proper Orthogonal Decomposition

5. Übungsblatt – Abgabe: Dienstag, 22.01.2013, 8:15 Uhr in der Vorlesung

Aufgabe 9. (unfreiwillig)

1. Formulieren Sie einen Pseudocode, der (y^*, u^*, p^*) mittels Fixpunktiteration bestimmt.
2. Zeigen Sie, dass F für geeignete Parameter κ genau einen Fixpunkt besitzt. Was passiert für $\kappa \to 0$? Welche Konsequenzen hat $\kappa \to 0$ für das Zielfunktional?
3. Das Optimalitätssystem kann auch in einem Schritt gelöst werden statt iterativ. Definieren Sie eine Matrix A und einen Vektor B, so dass für $X^* = (\mathrm{y}^*, \mathrm{u}^*, \mathrm{p}^*)$ gilt $AX^* = B$, wobei $\mathrm{y}^*, \mathrm{u}^*, \mathrm{p}^*$ Diskretisierungen in Ort und Zeit von y^*, u^*, p^* sind. Welche Nachteile hat dieser Ansatz?
4. Transformieren Sie die adjungierte Gleichung via Zeitverschiebung $t \mapsto T - t$ in eine Vorwärtsgleichung, d.h. formulieren Sie eine lineare Wärmeleitungsgleichung, für deren Lösung q gilt $p = q(T - t)$. Was gewinnen Sie dadurch?

Aufgabe 10.

Zeigen Sie, dass für die Eigenwerte $\lambda_1^n, ..., \lambda_m^n$ des Operators

$$\mathcal{R}^n \psi = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \langle y(t_j), \psi \rangle_W y(t_j) \tag{p. 26}$$

die folgende Gleichheit erfüllt ist:

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j ||y(t_j)||_W^2 = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^n. \tag{1.4.16}$$