



Ausgabe: Montag, 16.12.2013 – Mittwoch, 18.12.2013 in den Tutorien
Abgabe: Montag, 16.12.2013 – Mittwoch, 18.12.2013 in den Tutorien

Analysis I

9. Übungsblatt (Probeklausur)

□ Aufgabe 33

(5 Punkte)

1. Sei $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Schreiben Sie in Quantoren:

- a) f ist gleichmäßig stetig.
- b) f ist nicht Hölder-stetig.

2. Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Zeigen Sie, dass die Zahl $n^3 + 5n$ durch 6 teilbar ist, d.h. dass ein $k \in \mathbb{N}$ existiert mit

$$n^3 + 5n = 6k.$$

□ Aufgabe 34

(5 Punkte)

1. Ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ injektiv/surjektiv/bijektiv?

2. Seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ bijektive Funktionen. Zeigen Sie, dass $g \circ f$ bijektiv ist mit Umkehrfunktion

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}.$$

□ Aufgabe 35

(7 Punkte)

1. Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert:

$$a_n = \frac{n^2}{n^2 + 2n + 1}, \quad b_n = \frac{2^n + (-3)^n}{(-2)^n + 3^n}.$$

2. Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit

$$\exists N \in \mathbb{N} : \forall n \geq N : |a_n - a_{n+1}| < \frac{1}{2^n}.$$

Zeigen oder widerlegen Sie: $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ist konvergent.

□ Aufgabe 36

(3 Punkte)

Die Reihen $\sum a_n$ und $\sum b_n$ seien konvergent.

Zeigen Sie, dass dann auch die Reihe $\sum (a_n + b_n)$ konvergent ist, und bestimmen Sie ihren Grenzwert.